

Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra mechaniky

**Komplexní pevnostní výpočet zadní nápravy
nákladního automobilu a pevnostní posouzení
náboje kola**

*Overall Stress Analysis of Rear Axletree and Stress
Distribution of Wheel Hub*

Student:

Pavel MARŠÁLEK

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Ondřej FRANTIŠEK



Ostrava 2011



Zadání bakalářské práce

Student:

Pavel Maršálek

Studijní program:

B2341 Strojírenství

Studijní obor:

3901R003 Aplikovaná mechanika

Téma:

Komplexní pevnostní výpočet zadní nápravy nákladního automobilu a
pevnostní posouzení náboje kola
Overall Stress Analysis of Rear Axeltree and Stress Distribution of
Wheel Hub

Zásady pro vypracování:

1. Teoretická rešerže statické úlohy řešené pomocí metody konečných prvků
2. Vytvoření a úpravy geometrického modelu
3. Rozbor okrajových podmínek a zatížení soustavy
4. Vyhodnocení napěťových a deformačních polí
5. Modifikace soustavy za účelem snížení napětí

Seznam doporučené odborné literatury:

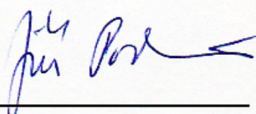
- [1] COOK, D. *Finite Element Modeling for Stress Analysis*. 1st printing. United States of America: John Wiley & sons, Inc., 1995. 320 s. ISBN 0-471-10774-3
- [2] KOLÁŘ, V; NĚMEC, I; KANICKÝ, V. *FEM - Principy a praxe metody konečných prvků*. 1. vyd. Praha: Computer Press, 1997. 401 s. ISBN 80-7226-021-9
- [3] ANSYS, Inc. *ANSYS Release 12.0 Documentation*. 2009. Dostupné v elektronické podobě jako součást softwaru ANSYS 12.0.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

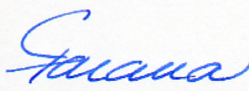
Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Ondřej František**

Datum zadání: 17.12.2010

Datum odevzdání: 23.05.2011



doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Farana, CSc.
děkan fakulty



Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 23.5.2011

.....
podpis autora práce

Poděkování

Na tomto místě bych chtěl poděkovat vedoucímu bakalářské práce Ing. Ondřeji Františkovi, jehož odborné rady a připomínky byly pro mě cennou inspirací a odrazovým můstkem k vypracování této bakalářské práce. Dále Ing. Martinu Fuskovi, Ph.D. za ochotu a trpělivost sdělit své bohaté znalosti ostatním studentům. Rovněž děkuji všem zaměstnancům Katedry mechaniky a Katedry pružnosti a pevnosti za vřelý přístup ke svým studentům, bez kterého by nebylo možné nabýt takový rozsah znalostí.

Prohlašuji, že:

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci, obsažené v Záznamu o závěrečné práci, umístěném v příloze mé kvalifikační práce, budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 23. 5. 2011

.....
podpis autora práce

Pavel Maršálek
Harcovská 1473
739 11 Frýdlant nad Ostravicí



ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

MARŠÁLEK, P. *Komplexní pevnostní výpočet zadní nápravy nákladního automobilu a pevnostní posouzení náboje kola – bakalářská práce*. OSTRAVA: Technická univerzita Ostrava Fakulta strojní, Katedra mechaniky, 104 s. Vedoucí práce: FRANTIŠEK, O.

Bakalářská práce se zabývá komplexním pevnostním výpočtem zadní nápravy nákladního automobilu. Největší důraz je kladen na náboj kola, což je nově upravený prvek sestavy. V úvodu práce je popsán princip výpočtu statické úlohy řešené pomocí metody konečných prvků. Kompletní zadaná sestava je poté analyzována komerčním výpočtním softwarem ANSYS Workbench 13.0. Na závěr práce je kritická geometrie náboje upravena za účelem snížení napětových polí. Pro vylepšení jízdních vlastností nákladního automobilu jsou předdimenzovaná místa odlehčena. Vytvořený prototyp náboje vyhovuje zadaným podmínkám, disponuje menší hmotností než předchozí model a je navrhnut s ohledem na výrobní proces. Upravená geometrie náboje je důkladně popsána. Práce je doplněna četnými přílohami a výkresovou dokumentací analyzované nápravy.

ANNOTATION OF THESIS

MARŠÁLEK, P. *Overall Stress Analysis of Rear Axletree and Stress Distribution of Wheel Hub*. OSTRAVA: VSB - Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics, 104 p. Thesis, head: FRANTIŠEK, O.

The thesis deals overall stress analysis of rear axletree of truck. The biggest emphasis is accentuated on wheel hub that is new component of assembly. In introduction of thesis is described static example that is solved by finite element analysis. Complete assembly is analyzed by commercial software ANSYS Workbench 13.0. Critical geometry of wheel hub is modified in order to field of stress be lower in finish. To improve driving properties of truck are hulking places minimized. Prototype of wheel hub meets all requirements. It boasts about lower mass than original model and it is useful for manufacturing. Modify geometry of wheel hub is properly described. Thesis is completed by technical supplement of analyzed assembly.

OBSAH

1. STATICKÁ ÚLOHA ŘEŠENÁ POMOCÍ METODY KONEČNÝCH

PRVKŮ.....	16
------------	----

1.1 ANALÝZA ČTYŘSTĚNNÉHO PROSTOROVÉHO PRVKU.....	16
--	----

2. PRAKTICKÝ PŘÍKLAD VÝPOČTU STATICKÉ ÚLOHY ŘEŠENÉ POMOCÍ METODY KONEČNÝCH PRVKŮ.....

	25
--	----

2.1 VÝPOČTOVÉ VSTUPY.....	26
---------------------------	----

2.1.1 GEOMETRICKÝ MODEL.....	26
------------------------------	----

2.1.2 MATERIÁLOVÉ VLASTOSTI.....	26
----------------------------------	----

2.1.3 ZATÍŽENÍ.....	26
---------------------	----

2.1.4 SÍŤ KONEČNÝCH PRVKŮ.....	27
--------------------------------	----

2.2 SESTAVENÍ MATICE.....	27
---------------------------	----

2.2.1 SOUŘADNICE JEDNOTLIVÝCH UZLŮ.....	27
---	----

2.2.2 MATICE A_i PRO JEDNOTLIVÉ PRVKŮ.....	28
--	----

2.2.3 OBJEMY JEDNOTLICÝCH PRVKŮ.....	29
--------------------------------------	----

2.2.4 STANOVENÍ MATICE TVAROVÝCH FUNKCÍ.....	29
--	----

2.2.5 STANOVENÍ SUBMATICE B_j	29
---------------------------------------	----

2.3 LOKÁLNÍ MATICE TUHOSTI.....	29
---------------------------------	----

2.4 GLOBÁLNÍ MATICE TUHOSTI.....	30
----------------------------------	----

2.5 OKRAJOVÉ PODMÍNKY.....	31
----------------------------	----

2.6 VÝPOČET.....	32
------------------	----

2.7 DEFORMACE A JEJÍ PRŮMĚROVÁNÍ.....	32
---------------------------------------	----

2.8 REAKČNÍ SÍLY V PODPORÁCH A JEJICH KONTROLA.....	34
---	----

2.9 APROXIMACE NAPĚTÍ V JEDNOTLIVÝCH PRVCÍCH POMOCÍ DOPOČTENÝCH	
---	--

POSUVŮ.....	35
-------------	----

2.10 PRŮMĚROVÁNÍ NAPĚTÍ V JEDNOTLIVÝCH UZLECH.....	36
--	----

3. POPIS ZAŘÍZENÍ.....

	37
--	----

4. VYTVOŘENÍ A ÚPRAVY GEOMETRICKÉHO MODELU.....

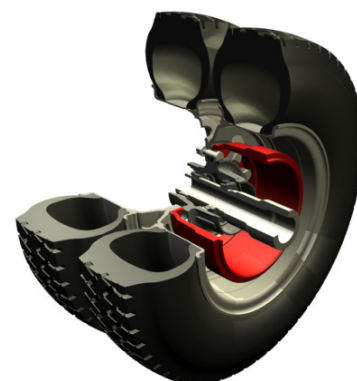
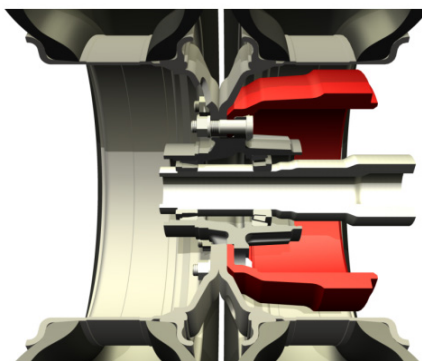
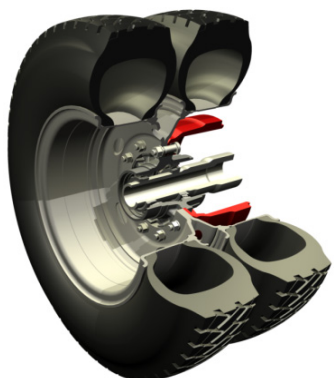
	40
--	----

4.1 GEOMETRICKÝ MODEL NÁBOJ.....	40
----------------------------------	----

4.2 GEOMETRICKÝ MODEL NOSNÉ OSY SE ZJEDNODUŠENÝMI LOŽISKY...	41
--	----

4.3 GEOMETRICKÝ MODEL BRZDOVÉHO BUBNU A TALÍŘOVÉHO DISKU.....	42
4.4 GEOMETRICKÝ MODEL ŠROUBOVÉHO SPOJE.....	43
5. VYTVOŘENÍ A ÚPRAVY KONEČNOPRVKOVÉHO MODELU.....	45
5.1 KONEČNOPRVKOVÝ MODEL NÁBOJE.....	45
5.2 KONEČNOPRVKOVÝ MODEL TALÍŘOVÉHO DISKU A BRZDOVÉHO BUBNU	46
5.3 KONEČNOPRVKOVÝ MODEL ŠROUBOVÉHO SPOJE A OBOU KUŽELÍKOVÝCH LOŽISEK.....	46
5.4 KONEČNOPRVKOVÝ MODEL NOSNÉ OSY.....	47
5.5 SUMARIZACE.....	48
6. ROZBOR OKRAJOVÝCH PODMÍNEK, ZATÍŽENÍ SOUSTAVY A TYPY UŽITÝCH MATERIÁLŮ.....	49
6.1 STANOVENÍ REAČNÍCH SIL PŮSOBÍCÍCH OD VOZOVKY.....	52
6.2 VÝPOČET PŘEDPĚTÍ VE ŠROUBECH	54
6.3 VÝPOČET ÚHOVÉ RYCHLOSTI PRO STANOVENÍ VLIVU Odstředivé síly na ROTUJÍCÍ SOUSTAVU.....	56
6.4 STANOVENÍ OKRAJOVÝCH PODMÍNEK.....	57
6.5 STANOVENÍ POUŽITÝCH MATERIÁLŮ.....	58
6.6 STANOVENÍ KONTAKNÍCH PLOCH A SMYKOVÉHO TŘENÍ PRO VÝPOČET	59
6.7 NASTAVENÍ ŘEŠIČE.....	61
7. VYHODNOCENÍ VÝPOČTU.....	62
7.1 VYHODNOCENÍ CELKOVÉHO POSUNUTÍ ZADNÍ NÁPRAVY.....	62
7.2 VYHODNOCENÍ CELKOVÉHO POSUNUTÍ NÁBOJE.....	63
7.3 VYHODNOCENÍ NAPĚŤOVÝCH POLÍ ZADNÍ NÁPRAVY.....	64
7.4 VYHODNOCENÍ NAPĚŤOVÝCH POLÍ NÁBOJE.....	65
7.5 VYHODNOCENÍ KONTAKNÍCH PLOCH.....	69
7.5.1 KONTAKTNÍ PLOCHA MEZI ŠROUBOVÝMI SPOJI A NÁBOJEM.....	69
7.5.2 KONTAKTNÍ PLOCHA MEZI ŠROUBOVÝMI SPOJI A VNĚJŠÍM DISKEM.....	70
7.5.3 KONTAKTNÍ PLOCHA MEZI BRZDOVÝM BUBNEM A NÁBOJEM.....	71

7.5.4 KONTAKTNÍ PLOCHY MEZI VALIVÝMI ELEMENTY A VNĚJŠÍMI KROUŽKY KUŽELÍKOVÉHO LOŽISKA.....	71
7.5.5 VYHODNOCENÍ PENETRACE A MAXIMÁLNÍHO PROKLUZU.....	74
7.6 VYHODNOCENÍ MOMENTOVÉ REAKCE VE VAZBĚ	74
7.7 OSOVÁ SÍLA VE ŠROUBECH PO APLIKACI ZATÍŽENÍ.....	74
8. MODIFIKACE SOUSTAVY ZA ÚČELEM SNÍŽENÍ NAPĚTÍ A REDUKCE HMOTNOSTI.....	76
8.1 GEOMETRIE NÁBOJE.....	76
8.2 VYHODNOCENÍ CELKOVÉHO POSUNUTÍ UPRAVENÉ ZADNÍ NÁPRAVY	78
8.3 VYHODNOCENÍ CELKOVÉHO POSUNUTÍ UPRAVENÉHO NÁBOJE.....	79
8.4 VYHODNOCENÍ NAPĚŤOVÝCH POLÍ UPRAVENÉHO NÁBOJE.....	80
9. ZÁVĚR.....	84
10. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	86
11. PŘÍLOHY.....	87
11.1 DOPROVODNÝ VÝPOČET STATICKÉ ÚLOHY V PROGRAMU MATHCAD	87
11.2 VSTUPNÍ SOUBOR PRO VÝPOČET V PROSTŘEDÍ MD NASTRAN.....	100
11.3 REDUKOVANÝ VÝSTUPNÍ SOUBOR ZAPSANÝCH HODNOT F06.....	101
11.4 DOKUMENTACE PRO VÝPOČET ZADNÍ NÁPRAVY.....	102
12. POZNÁMKY.....	104



POUŽITÁ OZNAČENÍ

Římská abeceda

značení	popis veličiny	jednotka
a	velikost geometrického modelu ve směru z (w)	mm
a_i	parametry pole posuvů,	-
$\{a\}$	vektor parametrů pole posuvů	-
$[A]_{(x,y,z)}$	rozšířená substituční matice pro maticový zápis lineárních aproximačních polynomů	-
$[A_{ij}]$	submatice matice $[A]_{(x,y,z)}$, kde $i = 1, 2, 3, \dots, 5$	-
$[A_1]$	submatice matice $[A]_{(x,y,z)}$ (první čtyři řádky a první čtyři sloupce)	-
b	velikost geometrického modelu ve směru y (v)	mm
$[B]$	substituční matice	-
$[B_i]$	maticové složky substituční matice $[B]$, kde $i = 1, 2, 3, 4$	-
$[B_j]$	substituční matice pro j -té prvky, kde $i = 1, 2, 3, \dots, 5$	-
c	velikost geometrického modelu ve směru x (u)	mm
d_d	velikost průměru díry pod maticí pro šroubový spoj	mm
d_2	střední průměr metrického závitu	mm
d_3	malý průměr metrického závitu	mm
$[D]$	matice tuhosti materiálových konstant	-
$[D]^{-1}$	matice poddajnosti materiálových konstant	-
E	modul pružnosti v tahu	MPa
f	obecný proměnný součinitel suchého tření mezi dvěma materiály	-
f_M	součinitel smykového tření na závitu	-
f_z	součinitel smykového tření pod maticí	-
$\{f_c\}$	celkový vektor silových účinků na jednotlivé uzly	-
$\{f_r\}$	vektor zatěžujících sil	-
F	akční síla	N
F_i	síla přitahující dvě hmotná tělesa k sobě	N
F_{ik}	silové účinky na geometrický model, kde $i = 1, 2, 3, \dots, 8$ a zároveň $k = x, y, z$	N
F_k	rozložení akčních sil, kde $k = x, y, z$	N
F_{n13}	akční síla odpovídající nosnosti 13 tun	N
F_o	předepínací síla ve šroubovém spoji	N
g	obecná konstanta gravitačního zrychlení	$m \cdot s^{-2}$
g_{max}	gravitační zrychlení ve výšce 2 000 m nad zemským povrchem	$m \cdot s^{-2}$

značení	popis veličiny	jednotka
g_{min}	gravitační zrychlení na zemském povrchu	$m \cdot s^{-2}$
G	modul pružnosti ve smyku	MPa
G_k	maximální statické vertikální zatížení	N
G_k^{max}	maximální statické vertikální zatížení	kg
G_k^{min}	statické vertikální zatížení	kg
h	proměnná vzdálenosti od zemského povrchu	m
I_i	koeficienty pro výpočet normálových hlavních napětí, kde $i = 1, 2, 3$	-
$[K_c]$	matice tuhosti soustavy tvořené čtyřstěnnými prvky	$N \cdot mm^{-1}$
$[K_j]$	matice tuhosti j -tých prvků, kde $j = 1, 2, 3, \dots, 5$	$N \cdot mm^{-1}$
$[K_r]$	redukovaná matice tuhosti, část matice $[K_c]$	$N \cdot mm^{-1}$
$[K_{rj}]$	rozšířené matice tuhosti j -tých prvků, kde $j = 1, 2, 3, \dots, 5$	$N \cdot mm^{-1}$
$[K_1]$	matice tuhosti obecného čtyřstěnného prvku	$N \cdot mm^{-1}$
m_i	hmotnost obecného tělesa	kg
m_z	hmotnost planety Země	kg
M_{ad}	adhezni moment	$N \cdot m$
M_{cr}	maximální krouticí moment od motoru	$N \cdot m$
M_{TM}	třecí utahovací moment pod maticí	$N \cdot m$
M_{TZ}	třecí utahovací moment na závitu	$N \cdot m$
M_u	utahovací moment šroubového spoje	$N \cdot m$
$[M]_{(x,y,z)}$	substituční matice pro maticový zápis lineárních aprox. polynomů	-
$N_{i(x,y,z)}$	složky matice tvarových funkcí, kde $i = 1, 2, 3, 4$	-
$[n_i]$	matice souřadnic lokálních uzlových bodů, kde $i = 1, 2, 3, \dots, 8$	-
n_4^o	uzel posunutý o jednotkovou délku ve směru o , kde $o = u, v, w$	-
$[N]_{(x,y,z)}$	matice tvarových funkcí	-
$[N_j]$	matice tvarových funkcí pro j -té prvky, kde $i = 1, 2, 3, \dots, 5$	-
p	tlak uvnitř pneumatiky	MPa
P	stoupání metrického závitu	mm
P_a	maximální boční síla	N
P_a^m	maximální boční síla	kg
\vec{q}_i	vektory tvořící hrany čtyřstěnného prvku, kde $i = 1, 2, 3, \dots, 6$	-
r_i	jednotlivá uzlová posunutí, kde $i = 1, 2, 3, \dots, 12$	mm
r_z	poloměr planety Země	km
$\{r\}$	vektor posunutí uzlových bodů	-

značení	popis veličiny	jednotka
R_d	dynamický poloměr pneumatiky	mm
R_k	celková reakce v ose k , kde $k = x, y, z$	N
R_m	imaginární reakční síla na maximální krouticí moment	N
S_k	roztečná vzdálenost stykové plochy utahovacího klíče s maticí	mm
u_i	posuv určitého uzlového bodu ve směru osy x , kde $i = 1, 2, 3, \dots, 8$	mm
$u_{(x,y,z)}$	posuv libovolného uzlového bodu ve směru osy x	mm
$\{u\}_{(x,y,z)}$	vektor složek posuvů uvnitř elementu	-
$\{u_c\}$	celkový vektor složek posuvů jednotlivých uzlu	-
$\{u_r\}$	vektor složek posuvů nezavazbených uzlových bodů	-
$v_{(x,y,z)}$	posuv libovolného uzlového bodu ve směru osy y	mm
v_i	posuv určitého uzlového bodu ve směru osy y , kde $i = 1, 2, 3, \dots, 8$	mm
v_{max}	maximální obvodová rychlosti na dynamickém poloměru pneumatiky	$m \cdot s^{-1}$
V_j	objemy j -tých prvků, kde $j = 1, 2, 3, \dots, 5$	mm^3
V_t	objem obecného čtyřstěnného prvku	mm^3
$w_{(x,y,z)}$	posuv libovolného uzlového bodu ve směru osy z	mm
w_i	posuv určitého uzlového bodu ve směru osy z , kde $i = 1, 2, 3, \dots, 8$	mm
x_i	souřadnice uzlového bodu n_i ve směru osy x , kde $i = 1, 2, 3, \dots, 8$	mm
y_i	souřadnice uzlového bodu n_i ve směru osy y , kde $i = 1, 2, 3, \dots, 8$	mm
z_i	souřadnice uzlového bodu n_i ve směru osy z , kde $i = 1, 2, 3, \dots, 8$	mm

Řecká abeceda

značení	popis veličiny	jednotka
α_i	koeficienty pro výpočet inverzní matice $[A]_{(x,y,z)}$, kde $i = 1, 2, 3, 4$	-
α_z	úhel stoupání metrického závitu	$^\circ$
α_{1j}	koeficienty pro výpočet inverzní matice $[A_j]_{(x,y,z)}$, kde $j = 1, 2, 3, \dots, 5$	-
β_i	koeficienty pro výpočet inverzní matice $[A]_{(x,y,z)}$, kde $i = 1, 2, 3, 4$	-
β_{1j}	koeficienty pro výpočet inverzní matice $[A_j]_{(x,y,z)}$, kde $j = 1, 2, 3, \dots, 5$	-
γ_i	koeficienty pro výpočet inverzní matice $[A]_{(x,y,z)}$, kde $i = 1, 2, 3, 4$	-
γ_l	poměrné zkosení v příslušném rovině l , kde $l = xy, xz, zy$	-
γ_{1j}	koeficienty pro výpočet inverzní matice $[A_j]_{(x,y,z)}$, kde $j = 1, 2, 3, \dots, 5$	-
δ_i	koeficienty pro výpočet inverzní matice $[A]_{(x,y,z)}$, kde $i = 1, 2, 3, 4$	-
δ_{1j}	koeficienty pro výpočet inverzní matice $[A_j]_{(x,y,z)}$, kde $j = 1, 2, 3, \dots, 5$	-

značení	popis veličiny	jednotka
Δk	zprůměrované deformace ve směru k geom. modelu, kde $k = x, y, z$	mm
ε_k	poměrné prodloužení v příslušném k směru, kde $k = x, y, z$	-
$\{\varepsilon\}_{(x,y,z)}$	deformační vektor pro trojosý stav deformace	-
$[\theta]$	maticové vyjádření Cauchyho geometricko-deformačních vztahů	-
κ	tíhová gravitační konstanta	$N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
λ	neznámá proměnná pro výpočet normálových hlavních napětí	-
μ	Poissonovo číslo	-
π	Ludolfovo číslo	-
σ_i	normálová hlavní napětí, kde $i = 1, 2, 3$	MPa
σ_k	normálové napětí v příslušném k směru, kde $k = x, y, z$	MPa
σ_{red}	redukované napětí pomocí pevnostní hypotézy HMM	MPa
$\{\sigma\}$	vektor napjatosti	-
$\{\sigma_{ej}\}$	vektor napjatosti na jednotlivých elementech, kde $j = 1, 2, 3, \dots, 5$	-
$\{\sigma_{ni}\}$	normálové napětí v ose x na jednotlivých uzlech, kde $i = 1, 2, 3, \dots, 8$	-
$\{\sigma_{123}\}$	vektor normálových hlavních napětí	-
$[\sigma_T]$	uspořádaný tenzor napjatosti s využitím zákona o sdruž. smyk. napětí	-
τ_l	smykové napětí v příslušném l rovině, kde $l = xy, xz, zy$	MPa
φ'	redukovaný třecí úhel	$^\circ$
ψ	úhel stoupání metrického závitu	$^\circ$
ω	maximální úhlová rychlost náboje zadní nápravy	s^{-1}

Římské číslice

značení	popis označení
I.	kontaktní plocha mezi šroubovým spojem a vnějším talířovým diskem
II.	kontaktní plocha mezi talířovými disky
III.	kontaktní plocha mezi vnitřním talířovým diskem a brzdovým bubnem
IV.	kontaktní plocha mezi čelem brzdového bubnu a nábojem
V.	kontaktní plocha mezi nábojem a šroubovým spojem
VI.	kontaktní plocha mezi vnějším talířovým diskem a nábojem
VII.	kontaktní plocha mezi vnitřním talířovým diskem a nábojem
VIII.	kontaktní plocha mezi vnitřním obvodem brzdového bubnu a nábojem
IX.	kontaktní plocha mezi vnějším kroužkem ložiska 90/160 a příslušných valivých elem.
X.	kontaktní plocha mezi vnějším kroužkem ložiska 90/190 a příslušných valivých elem.



ÚVOD

V dávných dobách lidé při konstrukci a návrhu nástrojů využívali ryze vlastního úsudku a zkušeností. Navržený nástroj, který byl při práci využíván, musel splňovat řadu podmínek, aniž by si to člověk uvědomoval. Dochovaným příkladem budiž pravěký pěstní klín, ze kterého se snadnou úpravou mohla stát důmyslná zbraň. Spojením klínu s dřevěnou větví dodalo člověku schopnost bojovat s nepřítelem, aniž by byl nucen využívat samotné vlastní končetiny. Před lovcem stál těžký úkol - navrhnou a zkonstruovat co nejlehčí nástroj, který by byl v boji nezníčitelný a velice účinný (zrada nástroje totiž často znamenalo zmaření života i toho nejzkušenějšího lovce). Postup času a rozšíření mnoha vědeckých disciplín posunulo lidskou tvořivost rapidně kupředu. Experimentální metody již bylo možné dopředu potvrdit pomocí jednoduchých výpočetních vztahů. Tato revoluce v oblasti návrhu jednoduchých strojů usnadnila a zrychlila mnohdy i několik desetiletí trvajících bádání po výsledcích. Představme si skutečnost, že lze dopředu předpovědět chování myšlené součásti, aniž by byla hmatatelně vyrobena. Za pomoci tužky, papíru a logaritmického pravítka bylo možné značně snížit náklady a zrychlit proces návrhu s cílenými výsledky.

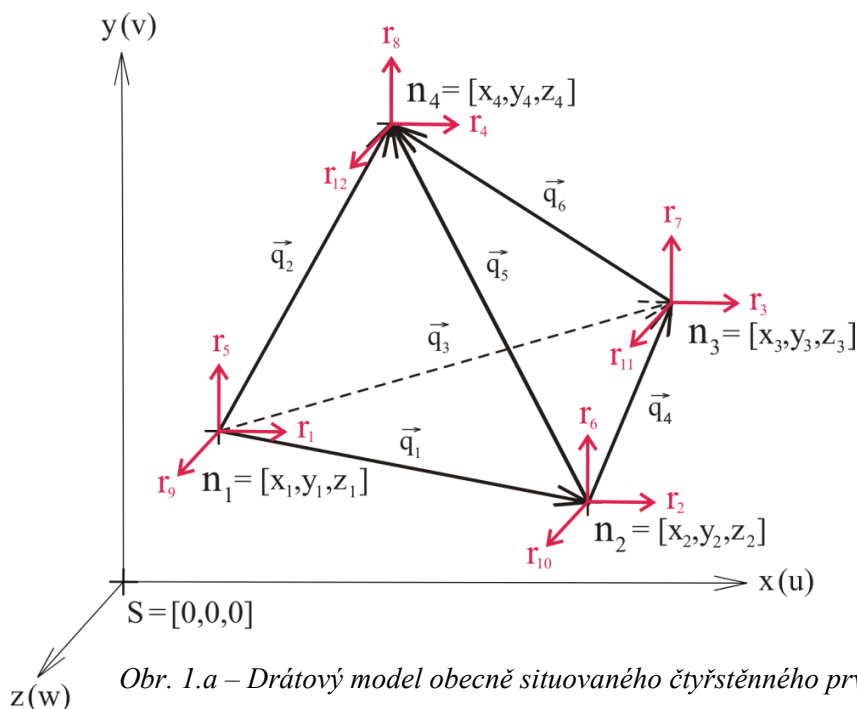
Do padesátých let minulého století existovalo pouze několik vybraných typových úloh, které často v praxi nebylo možné při řešení tvarově odlišných součástí použít. Bylo zapotřebí vytvořit teorii, která by byla obecně použitelná na velké množství úloh. V roce 1941 se myšlenka rozdělit součást na konečné množství mnohdy geometricky totožných částí (prvků), jejichž chování bude následně analyzováno, poprvé objevila v disertační práci rusko-kanadského inženýra Alexandra Hrennikoffa. Rapidnímu rozvoji této metody napomohl americký Národní ústav pro letectví a kosmonautiku, který vyžadoval simulovat chování satelitů v mimozemských podmínkách. Takto započal svůj původ první numerický výpočetní software zvaný NASA Structural Analysis zkráceně *NASTRAN*.

Dnešní doba je bohatá na spoustu výpočetních programů, které dokážou simulovat velké množství úloh. Pro výpočet zadní nápravy nákladního automobilu s ohledem na úpravu geometrie je nejvýhodnější využít konečnoprvkový program se silným geometrickým modelářem, protože je dopředu předpokládána dodatečná optimalizace geometrického modelu. Po konzultaci s vedoucím bakalářské práce byl vybrán jeden z nejpoužívanějších výpočetních programů - *ANSYS Workbench 13.0*.

1. STATICKÁ ÚLOHA ŘEŠENÁ POMOCÍ METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

Předlohou pro odvození rovnic a sestavení matic byly publikace [1] - [8].

1.1 ANALÝZA ČTYŘSTĚNNÉHO PROSTOROVÉHO PRVKU



Na obr. 1.a je zobrazen čtyřstěnný prostorový prvek s uzly umístěnými ve všech vrcholech, to znamená, že je to prvek čtyřuzlový. Každý uzel má v prostoru tři stupně volnosti, celý element potom stupňů dvanáct. Jsou to posuvy ve třech na sebe kolmých směrech. Uzly musí být číslovány speciálním způsobem tak, aby hodnota objemu prvku nebyla vyčíslena jako záporná. Zvolíme-li uzel například označený číslem čtyři, musí být zbylé uzly číslovány vzestupně proti směru hodinových ručiček z pohledu voleného uzlu. Neení-li tato hodnota objemu elementu ve výpočtu ošetřena absolutní hodnotou, výsledné posuvy uzlů budou mít opačný smysl posuvu na rozdíl od předpokládaného směru.

Souřadnice lokálních uzlových bodů elementu (obr. 1.a) jsou

$$[n_1] = [x_1; y_1; z_1], [n_2] = [x_2; y_2; z_2], [n_3] = [x_3; y_3; z_3], [n_4] = [x_4; y_4; z_4]. \quad (1.1.1)$$

Obecně tedy pro každý uzel platí zápis

$$n_i = [x_i; y_i; z_i], \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (1.1.2)$$

Pro jakýkoli obecný bod $P(x,y,z)$ ležící uvnitř čtyřstěnného elementu lze zvolit lineární aproximační polynomy prvního řádu (obecně i řádu vyšších)

$$\left. \begin{aligned} u_{(x,y,z)} &= a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y + a_4 \cdot z, \\ v_{(x,y,z)} &= a_5 + a_6 \cdot x + a_7 \cdot y + a_8 \cdot z, \\ w_{(x,y,z)} &= a_9 + a_{10} \cdot x + a_{11} \cdot y + a_{12} \cdot z. \end{aligned} \right\} \quad (1.1.3)$$

Je nutno podotknout, že aproximací a numerickým řešením vzniká určitá chyba, kterou musí řešitel eliminovat.

Zvolíme-li vhodně matici

$$[M]_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & z \end{bmatrix}, \quad (1.1.4)$$

vektor parametrů pole posuvů

$$\{a\}^T = \{a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{12}\} \quad (1.1.5)$$

a složky posuvu uvnitř elementu

$$\{u\}_{(x,y,z)}^T = \{u \quad v \quad w\}, \quad (1.1.6)$$

bude potom maticový zápis rovnice

$$\{u\}_{(x,y,z)} = [M]_{(x,y,z)} \cdot \{a\}. \quad (1.1.7)$$

Vztáhneme-li tento maticový zápis na všechny čtyři uzly čtyřstěnného prvku, dostaneme vektor uzlových posunutí

$$\{r\} = \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \\ r_7 \\ r_8 \\ r_9 \\ r_{10} \\ r_{11} \\ r_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 & z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 & z_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 & z_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & y_4 & z_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \\ a_{10} \\ a_{11} \\ a_{12} \end{Bmatrix}. \quad (1.1.8)$$

Vyjádříme-li si ze zjednodušeného zápisu rovnice 1.1.8

$$\{r\} = [A]_{(x,y,z)} \cdot \{a\} \quad (1.1.9)$$

vektor parametru pole posuvů

$$\{a\} = [A]_{(x,y,z)}^{-1} \cdot \{r\} \quad (1.1.10)$$

a dosadíme do rovnice 1.1.7, dostaneme výraz

$$\{u\}_{(x,y,z)} = [M]_{(x,y,z)} \cdot [A]_{(x,y,z)}^{-1} \cdot \{r\}. \quad (1.1.11)$$

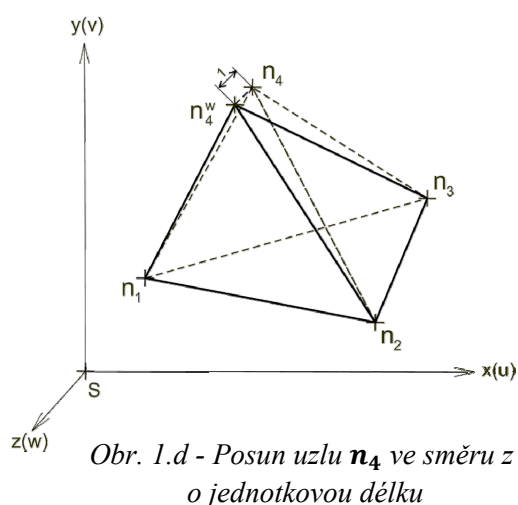
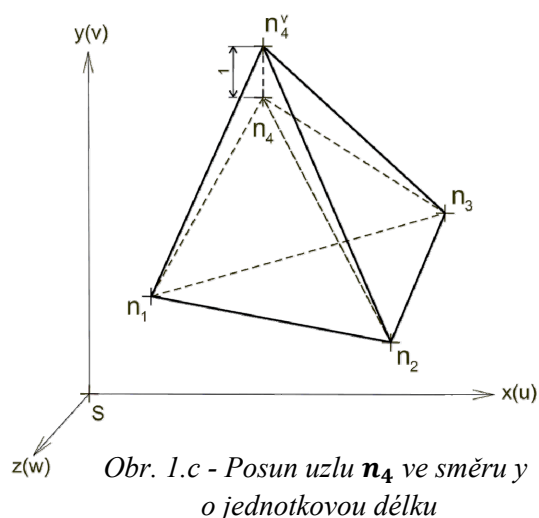
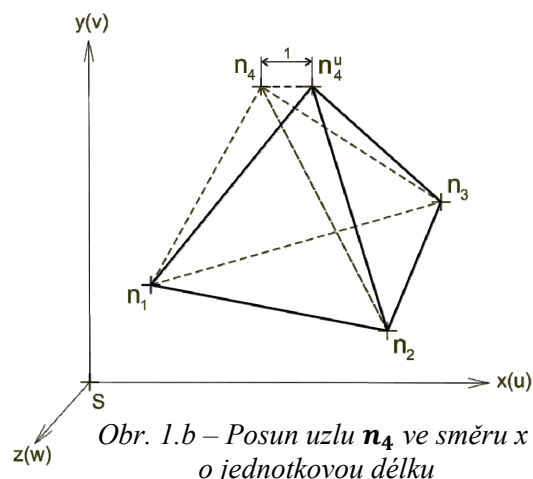
Vytvořením substituce získáme matici tvarových funkcí

$$[N]_{(x,y,z)} = [A]_{(x,y,z)}^{-1} \cdot \{r\}, \quad (1.1.12)$$

kterou lze zapsat jako

$$[N]_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} N_{1(x,y,z)} & N_{2(x,y,z)} & N_{3(x,y,z)} & N_{4(x,y,z)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_{1(x,y,z)} & N_{2(x,y,z)} & N_{3(x,y,z)} & N_{4(x,y,z)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{1(x,y,z)} & N_{2(x,y,z)} & N_{3(x,y,z)} & N_{4(x,y,z)} \end{bmatrix}.$$

Tato matice je jednoznačně určena bázovými funkcemi, typem a tvarem prvku. Vynásobíme-li libovolnou složku matice tvarových funkcí jakýmkoli reálným číslem, posune se příslušný uzlový bod v daném směru o hodnotu činitele. Ostatní uzly zůstanou nehybně na svém místě. Geometrický význam tvarových funkcí pro čtvrtý uzlový bod označený n_4 je zobrazen na obr. 1.b – obr. 1.d, kde původnímu prvku náleží tvar zvýrazněný přerušovanými čarami.



Dosažením *substitute* 1.1.12 do rovnice 1.1.11 dostaneme

$$\{u\}_{(xyz)} = [N]_{(xyz)} \cdot \{r\}. \quad (1.1.13)$$

Řešení inverzní matice $[A]_{(xyz)}$ je časově náročný proces, který lze snadno vyřešit pomocí koeficientů

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}, \beta_1 = -\begin{vmatrix} 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_3 & z_3 \\ 1 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}, \gamma_1 = \begin{vmatrix} 1 & x_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & z_4 \end{vmatrix}, \delta_1 = -\begin{vmatrix} 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 \end{vmatrix}, \\ \alpha_2 &= -\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}, \beta_2 = \begin{vmatrix} 1 & y_1 & z_1 \\ 1 & y_3 & z_3 \\ 1 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}, \gamma_2 = -\begin{vmatrix} 1 & x_1 & z_1 \\ 1 & x_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & z_4 \end{vmatrix}, \delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_3 & y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 \end{vmatrix}, \\ \alpha_3 &= \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}, \beta_3 = -\begin{vmatrix} 1 & y_1 & z_1 \\ 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}, \gamma_3 = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & z_2 \\ 1 & x_4 & z_4 \end{vmatrix}, \delta_3 = -\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_4 & y_4 \end{vmatrix}, \\ \alpha_4 &= -\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}, \beta_4 = \begin{vmatrix} 1 & y_1 & z_1 \\ 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}, \gamma_4 = -\begin{vmatrix} 1 & x_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & z_3 \end{vmatrix}, \delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (1.1.14)$$

Determinant matice

$$\left. \begin{aligned} [A_1] &= \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix}, \\ |A_1| &= (\vec{q}_1 \times \vec{q}_2) \cdot \vec{q}_3 = 6 \cdot V_t \end{aligned} \right\} \quad (1.1.15)$$

(část matice $[A]_{(x,y,z)}$) je roven šestinásobku objemu analyzovaného čtyřstěnu, nebo také objemu rovnoběžnostěnu tvořeného vektory \vec{q}_1, \vec{q}_2 a \vec{q}_3 z obr.1.a.

Složky matice tvarových funkcí

$$\left. \begin{aligned} N_{1(xyz)} &= \frac{\alpha_1 + \beta_1 \cdot x + \gamma_1 \cdot y + \delta_1 \cdot z}{6 \cdot V_t}, N_{2(xyz)} = \frac{\alpha_2 + \beta_2 \cdot x + \gamma_2 \cdot y + \delta_2 \cdot z}{6 \cdot V_t}, \\ N_{3(xyz)} &= \frac{\alpha_3 + \beta_3 \cdot x + \gamma_3 \cdot y + \delta_3 \cdot z}{6 \cdot V_t}, N_{4(xyz)} = \frac{\alpha_4 + \beta_4 \cdot x + \gamma_4 \cdot y + \delta_4 \cdot z}{6 \cdot V_t} \end{aligned} \right\} \quad (1.1.16)$$

se dopočítají pomocí definovaných koeficientů *subdeterminantů* 1.1.14. V rovnicích mají výrazný fyzikální význam.

Složky posuvu

$$\left. \begin{aligned} u_{(xyz)} &= N_{1(xyz)} \cdot u_1 + N_{2(xyz)} \cdot u_2 + N_{3(xyz)} \cdot u_3 + N_{4(xyz)} \cdot u_4, \\ v_{(xyz)} &= N_{1(xyz)} \cdot v_1 + N_{2(xyz)} \cdot v_2 + N_{3(xyz)} \cdot v_3 + N_{4(xyz)} \cdot v_4, \\ w_{(xyz)} &= N_{1(xyz)} \cdot w_1 + N_{2(xyz)} \cdot w_2 + N_{3(xyz)} \cdot w_3 + N_{4(xyz)} \cdot w_4 \end{aligned} \right\} \quad (1.1.17)$$

plynou z rovnice 1.1.13 a 1.1.8, kde $r_1 \cong u_1$ a podobně.

Tenzorové pole deformací stanovíme podle maticového vyjádření Cauchyho geometricko-deformačních vztahů pro trojosý stav deformace

$$\{\varepsilon\}_{(x,y,z)} = [\theta]^{-1} \cdot \{u\}_{(xyz)} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{zy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_{(xyz)} \\ v_{(xyz)} \\ w_{(xyz)} \end{Bmatrix} \quad (1.1.18)$$

Z Hookeova zákona pro homogenní izotropní materiál doplněného o smyk platí rovnice

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)], \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2 \cdot (1 + \mu)}{E} \cdot \tau_{xy}, \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)], \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} = \frac{2 \cdot (1 + \mu)}{E} \cdot \tau_{xz}, \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)], \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} = \frac{2 \cdot (1 + \mu)}{E} \cdot \tau_{yz}, \end{aligned} \right\} \quad (1.1.19)$$

kde je modul pružnosti ve smyku

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}. \quad (1.1.20)$$

Maticový zápis rovnic 1.1.19 a 1.1.20 pomocí matice poddajnosti materiálových konstant snadno vytvoříme jako

$$\{\varepsilon\} = [D]^{-1} \cdot \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & 1 & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & -\mu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \cdot (1 + \mu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot (1 + \mu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot (1 + \mu) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} \quad (1.1.21)$$

Abychom dostali matici tuhosti materiálových konstant, která je pro nás prioritou, musíme si jednotlivá napětí vyjádřit pouze jako funkci deformací a Poissonova čísla ve všech třech na sebe kolmých směrech

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E \cdot (1-\mu)}{(1+\mu) \cdot (1-2\mu)} \cdot \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y \cdot \frac{\mu}{1-\mu} + \varepsilon_z \cdot \frac{\mu}{1-\mu} \right), \\ \sigma_y &= \frac{E \cdot (1-\mu)}{(1+\mu) \cdot (1-2\mu)} \cdot \left(\varepsilon_y + \varepsilon_x \cdot \frac{\mu}{1-\mu} + \varepsilon_z \cdot \frac{\mu}{1-\mu} \right), \\ \sigma_z &= \frac{E \cdot (1-\mu)}{(1+\mu) \cdot (1-2\mu)} \cdot \left(\varepsilon_z + \varepsilon_x \cdot \frac{\mu}{1-\mu} + \varepsilon_y \cdot \frac{\mu}{1-\mu} \right), \\ \tau_{xy} &= G \cdot \gamma_{xy} = \frac{E}{2 \cdot (1+\mu)} \cdot \gamma_{xy}, \\ \tau_{xz} &= G \cdot \gamma_{xz} = \frac{E}{2 \cdot (1+\mu)} \cdot \gamma_{xz}, \\ \tau_{yz} &= G \cdot \gamma_{yz} = \frac{E}{2 \cdot (1+\mu)} \cdot \gamma_{yz}. \end{aligned} \right\} \quad (1.1.22)$$

Získáme tedy v maticovém zápise

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} = \quad (1.1.23)$$

$$= \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\mu) \cdot (1-2\mu)} \cdot \begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 1-\mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \mu & 1-\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}.$$

Pro tvorbu matice tuhosti celého elementu si potřebujeme vyjádřit matici $[B]$, která je nezávislá na pozici bodů uvnitř elementu. Podléhá pouze souřadnicím vrcholů (uzlovým bodům).

Vyjádření submatic

$$\left. \begin{aligned} [B_1] &= N_{1(xyz)} \cdot [\theta]^{-1} = \frac{1}{6 \cdot V_t} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_1 \\ \gamma_1 & \beta_1 & 0 \\ \delta_1 & 0 & \beta_1 \\ 0 & \delta_1 & \gamma_1 \end{bmatrix}, \\ [B_2] &= N_{2(xyz)} \cdot [\theta]^{-1} = \frac{1}{6 \cdot V_t} \cdot \begin{bmatrix} \beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_2 \\ \gamma_2 & \beta_2 & 0 \\ \delta_2 & 0 & \beta_2 \\ 0 & \delta_2 & \gamma_2 \end{bmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (1.1.24)$$

$$\left. \begin{aligned} [B_3] &= N_{3(xyz)} \cdot [\theta]^{-1} = \frac{1}{6 \cdot V_t} \cdot \begin{bmatrix} \beta_3 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_3 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 \\ \gamma_3 & \beta_3 & 0 \\ \delta_3 & 0 & \beta_3 \\ 0 & \delta_3 & \gamma_3 \end{bmatrix} \\ [B_4] &= N_{4(xyz)} \cdot [\theta]^{-1} = \frac{1}{6 \cdot V_t} \cdot \begin{bmatrix} \beta_4 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_4 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_4 \\ \gamma_4 & \beta_4 & 0 \\ \delta_4 & 0 & \beta_4 \\ 0 & \delta_4 & \gamma_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (1.1.24)$$

pomoci parciálních derivací s využitím rovnic 1.1.16 a 1.1.18. Následnou kompletací matice

$$[B] = [B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4] \quad (1.1.25)$$

dostaneme potřebný tvar tvořený koeficienty z rovnic 1.1.14 a objemem prvku z rovnice 1.1.15

$$[B] = \frac{1}{6 \cdot V_t} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 & \beta_2 & 0 & 0 & \beta_3 & 0 & 0 & \beta_4 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1 & 0 & 0 & \gamma_2 & 0 & 0 & \gamma_3 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_1 & 0 & 0 & \delta_2 & 0 & 0 & \delta_3 & 0 & 0 & \delta_4 \\ \gamma_1 & \beta_1 & 0 & \gamma_2 & \beta_2 & 0 & \gamma_3 & \beta_3 & 0 & \gamma_4 & \beta_4 & 0 \\ \delta_1 & 0 & \beta_1 & \delta_2 & 0 & \beta_2 & \delta_3 & 0 & \beta_3 & \delta_4 & 0 & \beta_4 \\ 0 & \delta_1 & \gamma_1 & 0 & \delta_2 & \gamma_2 & 0 & \delta_3 & \gamma_3 & 0 & \delta_4 & \gamma_4 \end{bmatrix} \quad (1.1.26)$$

Matici tuhosti obecného čtyřstěnného prostorového elementu získáme po trojné integraci přes celý objem elementu

$$[K_1] = \iiint_{(V_t)} [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot dV_t \quad (1.1.27)$$

a následném roznásobení

$$[K_1] = [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot V_t. \quad (1.1.28)$$

Tato matice je singulární, obsahuje pouze kladné prvky na hlavní diagonále a náleží ji rozměr 12×12 . Výhodou je také její pásový symetrický tvar. Pro jakoukoli úlohu je zapotřebí sestavit několik (mnohdy stovky či tisíce) těchto lokálních matic tuhosti a transformovat je do jediné matice - globální matice tuhosti, v níž je zahrnut vliv každého elementu. Jednotlivé prvky se dotýkají v uzlech, proto je třeba společné uzly spojit v jeden a změnit lokální systém číslování v globální. Náročnost statické úlohy poté záleží pouze na hustotě sítě a typu použitých elementů. Pro další výpočet musíme stanovit akční síly a zamezené posuvy pro každý uzel. Naším cílem, je získat tvar rovnice

$$[K_c] \cdot \{u_c\} = [F_c]. \quad (1.1.29)$$

Aby bylo možné soustavu vyřešit, primárně se dopočte posun jednotlivých uzlů (deformace) v místech působení akčních sil a teprve poté reakce v zavazbených uzlech.

Složky vektoru napjatosti, který je pouze uspořádaným tenzorem napjatosti s využitím zákona o sdružených smykových napětích,

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} = [D] \cdot [B] \cdot \{u\} \quad (1.1.30)$$

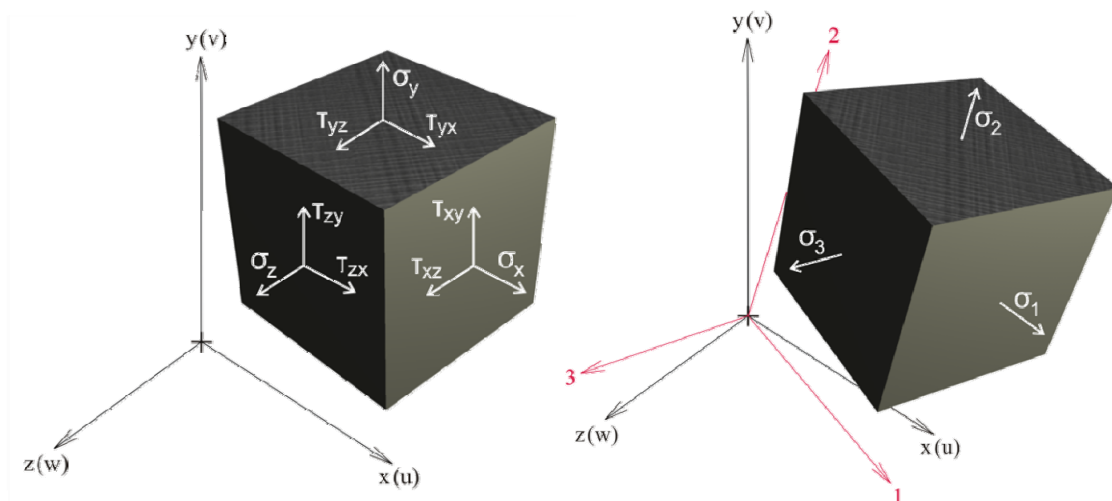
jsou pouze aproximací posuvu jednotlivých uzlových bodů.

Ve složitějších případech jsou jednotlivé složky tenzoru napjatosti nepřehledné a těmto hodnotám lze obtížně porozumět. Existuje teorie, která nám v tomto elementu (obecně v jakémkoli bodě tělesa) imaginárně natočí souřadnicový systém tak, že zredukuje všechny napěťové informace

$$[\sigma_T] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ -\tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ -\tau_{xz} & -\tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1.1.31)$$

do tří plnohodnotných údajů, které se nazývají hlavní normálová napětí (*obr.1.g*). Aby byly tyto tři fiktivní složky ekvivalencí rovnice 1.1.31, musí platit, že determinant

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \lambda & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ -\tau_{xy} & \sigma_y - \lambda & \tau_{yz} \\ -\tau_{xz} & -\tau_{yz} & \sigma_z - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (1.1.32)$$



Obr. 1.g - Transformace tenzoru napětí v bodě tělesa na trojosý tah

Po roznásobení dostaneme polynom třetího stupně ve tvaru

$$-\lambda^3 + I_1 \cdot \lambda^2 - I_2 \cdot \lambda + I_3 = 0, \quad (1.1.33)$$

kde koeficienty

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z,$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ -\tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ -\tau_{xz} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ -\tau_{xy} & \sigma_y \end{vmatrix} = \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y \cdot \sigma_z + \sigma_x \cdot \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2,$$

$$I_3 = \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z + 2 \cdot \tau_{xy} \cdot \tau_{xz} \cdot \tau_{yz} - \sigma_x \cdot \tau_{yz}^2 - \sigma_y \cdot \tau_{xz}^2 - \sigma_z \cdot \tau_{xy}^2.$$

Rovnici 1.1.33 lze řešit analyticky pomocí Cardanova vzorce převedením na redukovanou kubickou rovnici, nebo efektivněji využitím jedné z numerických metod. Z rovnice 1.1.33 získáme tři kořeny, které seřadíme sestupně podle velikosti

$$\{\sigma_{123}\} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix}. \quad (1.1.34)$$

Zachováme-li předepsané pořadí, složky sloupcové matice $\{\sigma_{123}\}$ se vyznačují hlubším fyzikálním významem. První hlavní napětí σ_1 představuje maximální velikost tahového napětí a třetí hlavní napětí σ_3 maximální napětí v tlaku. Využitím vhodné pevnostní hypotézy můžeme tyto tři složky nenávratně transformovat na jednoosý tah a výsledek porovnávat s daty vyhodnocenými z tahové zkoušky. Bohužel smysl, ať už kladný nebo záporný, v této redukované hodnotě zachován nebude. U materiálů, které nemají diagram tahové zkoušky středově souměrný s počátkem souřadnicového systému je zapotřebí vhodným způsobem zjistit, zdali se jedná o zatížení tahové či tlakové (snadno pomocí dominující složky σ_1 nebo σ_3).

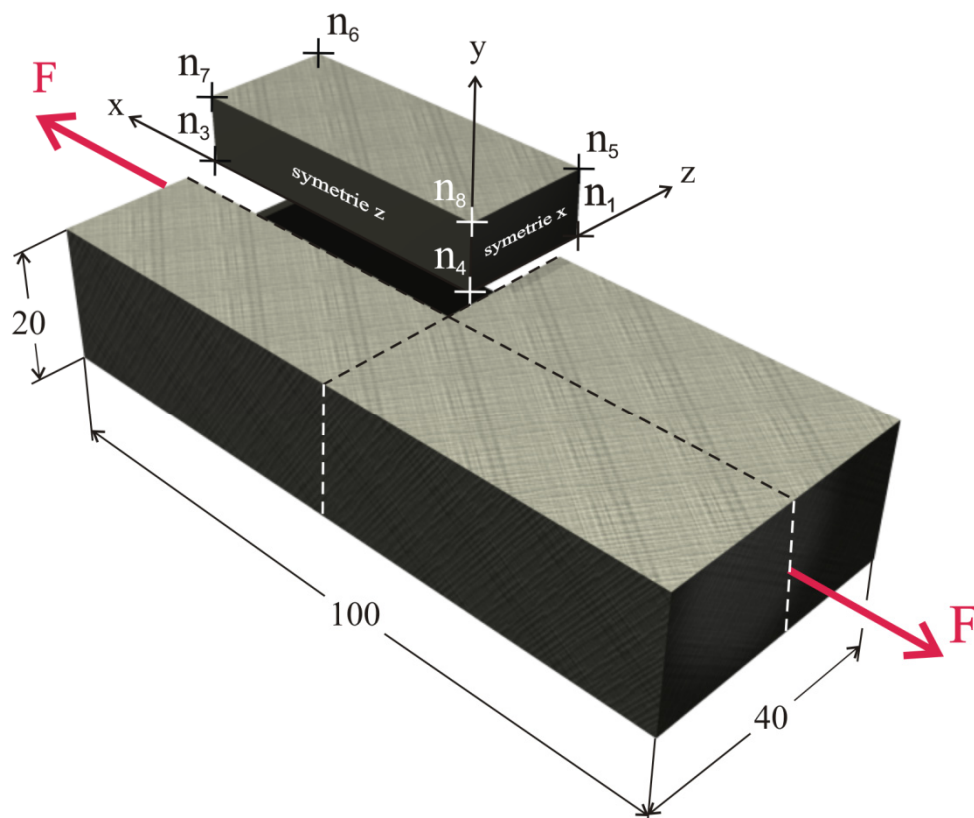
V technické praxi je nejpoužívanější hypotézou HMH (von Mises), u které je rozhodující fyzikální veličinou měrná energie deformace na změnu tvaru. Redukované napětí se vypočítá ze vztahu

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)}. \quad (1.1.35)$$

Kdybychom si napětí jednotlivých elementů vhodně zprůměrovali a graficky znázornili, zjistili bychom snadno kritické místo s největším napětím. V okolí této oblasti je vždy nutné zjemnit konečnoprvkovou síť a výsledky znovu přepočítat. Pokud se dílčí výsledky liší od předchozích o méně než 5%, můžeme tyto hodnoty brát jako vhodné nahrazení skutečnosti. Tímto způsobem si ověříme správnost diskretizace. Hodnota napětí se již dále výrazně nemění.

2. PRAKTICKÝ PŘÍKLAD VÝPOČTU STATICKÉ ÚLOHY ŘEŠENÉ POMOCÍ METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

Pro nejsnadnější pochopení principu metody byla zvolena jednoduchá úloha, která odpovídá statické tahové zkoušce s plochým vzorkem znázorněným na *obr. 2.a*. Zatíženou součástí je plochá tyč konstantního průřezu 20×40 a délky 100 [mm], na kterou je aplikována pouze statická síla $F = 80\,000$ N působící na obou koncích ve směru kolmém na nejmenší plochu průřezu. Jako by ji volně v prostoru za oba konce tahaly dva páry koní a snažily by se o přetržení. Tímto je naznačeno, že součást není nijak uchycena v prostoru. Kdybychom volili jakékoli upevnění (navaření, připájení, vetknutí), vznikaly by v součásti smykové složky napětí a nebylo by tak snadné výpočet zkontrolovat. Samozřejmě není problém namodelovat svar či jakýkoli tvarový přechod, bohužel za cenu zjemnění konečnoprvkové sítě a tím i náročnosti výpočtu.

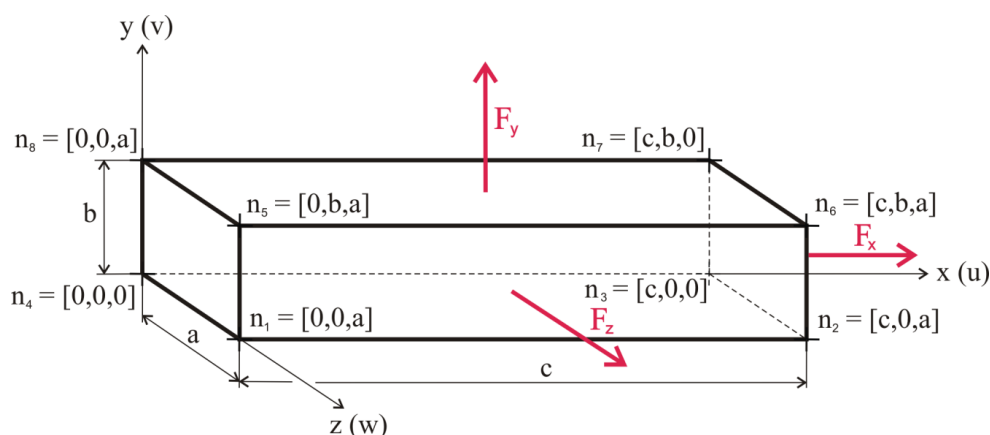


Obr. 2.a – Analyzovaná plochá tyč

Všimneme-li si rovin geometrické symetrie (*obr. 2.a*), můžeme vytvořit pouze jednu osminu modelu, kterou budeme analyzovat. Pro toto zjednodušení musí být splněny předpoklady nejen symetrické geometrie, ale také symetrických zatížení a vazeb. Můžeme předpokládat, že i deformace budou podle těchto geometrických rovin souměrné. Po celé délce tělesa se průřez nemění, lze tedy usuzovat konstantně rozložené normálové napětí.

2.1 VÝPOČTOVÉ VSTUPY

2.1.1. GEOMETRICKÝ MODEL



Obr. 2.b – Drátový geometrický model (vybraná osmina ploché tyče)

Podle zadaných rozměrů (obr. 2.a) snadno stanovíme rozměry geometrického modelu součásti, výška $b = 10 \text{ mm}$, šířka $a = 20 \text{ mm}$ a délka $c = 50 \text{ mm}$.

2.1.2. MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI

Materiálové vlastnosti jsou úzce spjaty s volbou materiálu a jeho jakostí. Ve strojírenské praxi je nejběžnějším materiálem konstrukční ocel, která je k výpočtu velice vhodná. Idealizovaný materiál je homogenní, to znamená, že má v jakémkoli místě stejnou povahu (strukturu, kvalitu). Nemůže se stát, že by se v této oblasti nalézal „suk“, jak tomu je u dřeva. Výhodou oceli jsou také stejné mechanické vlastnosti ve všech směrech (je izotropní).

Podle strojnických tabulek [14] stanovíme

$$\left. \begin{array}{l} \text{Poissonovo číslo } \mu = 0,3 \text{ a} \\ \text{Modul pružnosti v tahu } E = 210 \text{ GPa pro běžnou konstrukční ocel.} \end{array} \right\} \quad (2.1.1)$$

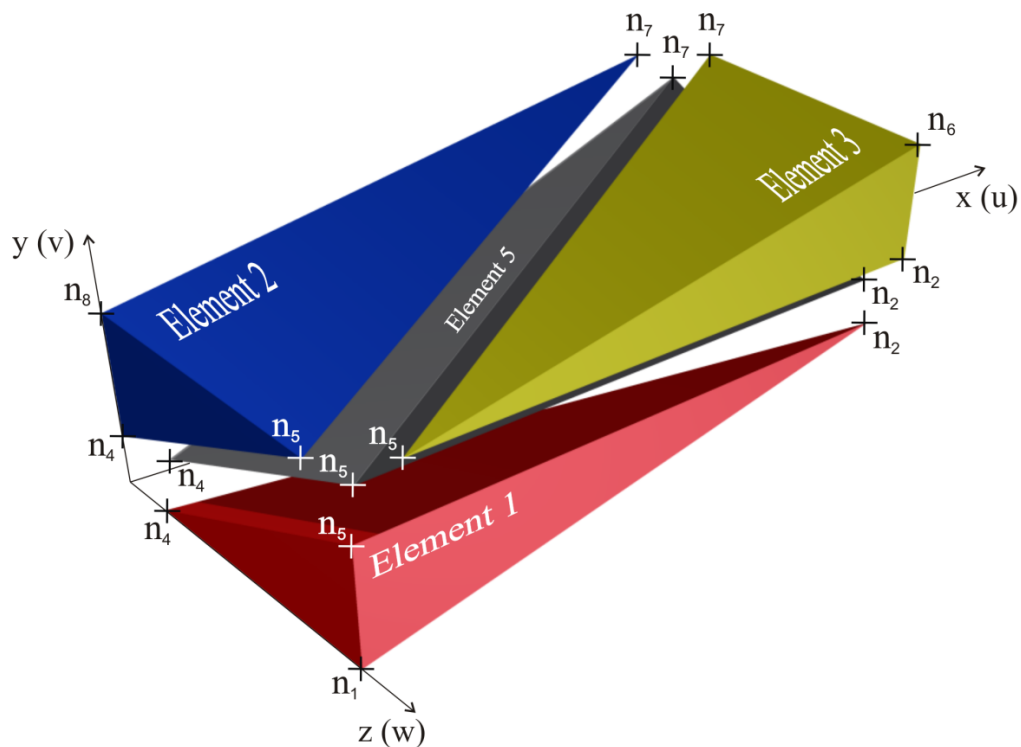
2.1.3. ZATÍŽENÍ

V metodě konečných prvků je pravidlem, že v místech působících sil nejsou předepsány upevňující okrajové podmínky a naopak. Tohoto předpisu se musíme držet a vhodně zvolit výpočtový model. V našem případě působí síla pouze na nezavazbenou plochu kolmou k ose x . Musíme mít na paměti, že se nejedná o skutečnou součást, ale pouze o osminový geometrický model. Sílu je zapotřebí redukovat tak, aby zde působila pouze reálná hodnota. Je-li skutečný model zatížen silou F působící na obou koncích, osminový model bude zatížen pouze silou čtvrtinovou respektive polovinou síly F . Je zapotřebí předepsat dokonce i síly, které ve skutečnosti vůbec nepůsobí a jejich hodnotu vyčíslit jako nulovou. Za těchto předpokladů bude

$$\left. \begin{array}{ll} \text{síla v ose } x & F_x = 40\,000\,N, \\ \text{síla v ose } y & F_y = 0\,N \\ \text{a síla v ose } z & F_z = 0\,N. \end{array} \right\} \quad (2.1.2)$$

2.1.4. SÍŤ KONEČNÝCH PRVKŮ

Tento vstup do výpočtu není nijak předepsán. Záleží pouze na zkušenostech řešitele, jak vhodně rozdělí kontinuum a jaký typ prvku použije. V našem případě využijeme prvky čtyřstěnné. Síť bude složena z pěti elementů, kde prvním čtyřem prvkům náleží výhodný totožný tvar a pátý prvek je dvojnásobně objemný v porovnání s ostatními. Grafické znázornění konečnoprvkového modelu je zobrazeno na *obr. 2.c*. Barevné řešení použité na obrázku zvýrazňuje pouze odlišení jednotlivých prvků.



Obr. 2.c – Konečnoprvkový model s návrhem tvaru elementů

2.2 SESTAVENÍ MATIC

2.2.1. SOUŘADNICE JEDNOTLIVÝCH UZLŮ

V našem případě všechny uzly kopírují hranici geometrických bodů. Snadně předepíšeme matici uzlových bodů

$$[n] = \begin{bmatrix} [n_1] \\ [n_2] \\ [n_3] \\ [n_4] \\ [n_5] \\ [n_6] \\ [n_7] \\ [n_8] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \\ x_5 & y_5 & z_5 \\ x_6 & y_6 & z_6 \\ x_7 & y_7 & z_7 \\ x_8 & y_8 & z_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 20 \\ 50 & 0 & 20 \\ 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 20 \\ 50 & 10 & 20 \\ 50 & 10 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.2.1)$$

Složitější síť konečných prvků tvořící tvarové přechody a jiné geometrické složitosti nelze takto jednoduše navrhnout. Uzlové body mnohdy na povrchu kopírují složitou plochu geometrické předlohy a uvnitř modelu se řídí předepsanými parametry o jejich velikosti případně počtu. Samotné prvky jsou tvořeny uzly a vyplňují přibližně celý objem modelu. Pro náš model se tvorba prvků řídí *tab. 1.a*.

ELEMENT	TVOŘÍCÍ UZLY
1	n_1, n_2, n_4, n_5
2	n_4, n_5, n_7, n_8
3	n_2, n_5, n_6, n_7
4	n_2, n_3, n_4, n_7
5	n_2, n_4, n_5, n_7

Tab. 1.a – Přiřazení uzlů jednotlivým elementům

2.2.2. MATICE A_i PRO JEDNOTLIVÉ PRVKY

Pro výpočet je důležité správně stanovit zjednodušené matice $[A_i]$ pomocí *tab. 1.a* a rovnic 1.1.15. Vzestupným sestavením souřadnic uzlů, tvořící prvek po jednotlivých řádcích, dostaneme

$$\left. \begin{array}{ll} \text{pro první prvek} & \text{pro čtvrtý prvek} \\ [A_{i_1}] = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \\ 1 & x_5 & y_5 & z_5 \end{bmatrix}, & [A_{i_4}] = \begin{bmatrix} 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \\ 1 & x_7 & y_7 & z_7 \end{bmatrix}, \\ \text{pro druhý prvek} & \text{pro pátý prvek} \\ [A_{i_2}] = \begin{bmatrix} 1 & x_4 & y_4 & z_4 \\ 1 & x_5 & y_5 & z_5 \\ 1 & x_7 & y_7 & z_7 \\ 1 & x_8 & y_8 & z_8 \end{bmatrix}, & [A_{i_5}] = \begin{bmatrix} 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \\ 1 & x_5 & y_5 & z_5 \\ 1 & x_7 & y_7 & z_7 \end{bmatrix}, \\ \text{pro třetí prvek} & \\ [A_{i_3}] = \begin{bmatrix} 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_5 & y_5 & z_5 \\ 1 & x_6 & y_6 & z_6 \\ 1 & x_7 & y_7 & z_7 \end{bmatrix} & \end{array} \right\} \quad (2.2.2)$$

2.2.3. OBJEMY JEDNOTLIVÝCH PRVKŮ

Z rovnic 1.1.15 a 2.2.2 plyne tvar vztahu pro první prvek

$$V_1 = \left| \frac{1}{6} \cdot |Ai_1| \right| = 1,667 \cdot 10^3 \text{ mm}^3, \quad (2.2.3)$$

ostatní prvky se řídí rovnicí

$$V_j = \left| \frac{1}{6} \cdot |Ai_j| \right|; j = 1, 2, 3, \dots, 5. \quad (2.2.4)$$

S ohledem na tento příklad si lze potvrdit, že prvky 1 – 4 jsou co to velikosti objemu totožné. Pouze pátý prvek je dvojnásobně objemný oproti zbývajícím. Součet objemů elementů musí být v ideálních případech totožný s objemem geometrického modelu (ve složitějších případech blízký). V našem případě platí

$$\sum_{j=1}^5 V_j = a \cdot b \cdot c = 1 \cdot 10^4 \text{ mm}^3. \quad (2.2.5)$$

2.2.4. STANOVENÍ MATICE TVAROVÝCH FUNKCÍ

Podle rovnic 1.1.24, určíme

$$[N_j] = \frac{1}{6 \cdot V_j} \cdot [A_j]^{-1} \cdot \{r_s\} = \begin{bmatrix} \alpha_{1j} & \alpha_{2j} & \alpha_{3j} & \alpha_{4j} \\ \beta_{1j} & \beta_{2j} & \beta_{3j} & \beta_{4j} \\ \gamma_{1j} & \gamma_{2j} & \gamma_{3j} & \gamma_{4j} \\ \delta_{1j} & \delta_{2j} & \delta_{3j} & \delta_{4j} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{Bmatrix}; j = 1, 2, 3, \dots, 5. \quad (2.2.6)$$

2.2.5. STANOVENÍ SUBMATICE B_j

Využitím bodu 2.2.4 a rovnice 1.1.25 sestavíme

$$[B_j] = \frac{1}{6 \cdot V_j} \cdot \begin{bmatrix} \beta_{1j} & 0 & 0 & \beta_{2j} & 0 & 0 & \beta_{3j} & 0 & 0 & \beta_{4j} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{1j} & 0 & 0 & \gamma_{2j} & 0 & 0 & \gamma_{3j} & 0 & 0 & \gamma_{4j} & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{1j} & 0 & 0 & \delta_{2j} & 0 & 0 & \delta_{3j} & 0 & 0 & \delta_{4j} \\ \gamma_{1j} & \beta_{1j} & 0 & \gamma_{2j} & \beta_{2j} & 0 & \gamma_{3j} & \beta_{3j} & 0 & \gamma_{4j} & \beta_{4j} & 0 \\ \delta_{1j} & 0 & \beta_{1j} & \delta_{2j} & 0 & \beta_{2j} & \delta_{3j} & 0 & \beta_{3j} & \delta_{4j} & 0 & \beta_{4j} \\ 0 & \delta_{1j} & \gamma_{1j} & 0 & \delta_{2j} & \gamma_{2j} & 0 & \delta_{3j} & \gamma_{3j} & 0 & \delta_{4j} & \gamma_{4j} \end{bmatrix}; j = 1, \dots, 5. \quad (2.2.7)$$

2.3 LOKÁLNÍ MATICE TUHOSTI

Každé matici tuhosti je zapotřebí přiřadit podle rovnice 1.1.28 správnou matici $[B_j]$, získanou v bodě 2.2.5.

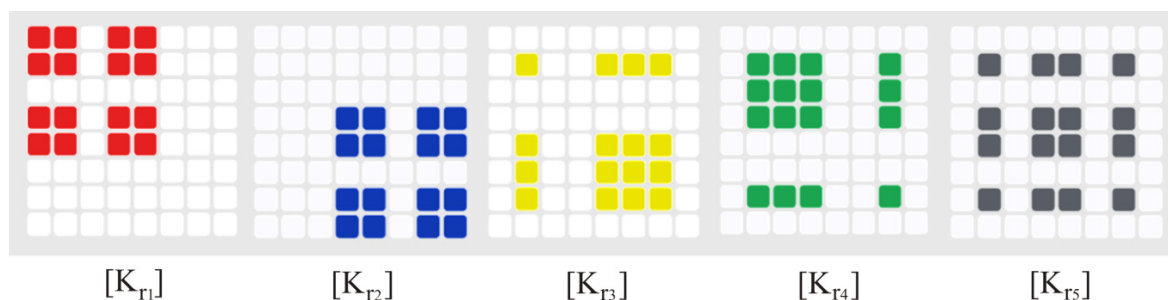
Prostým roznásobením

$$[K_j] = [B_j]^T \cdot [D] \cdot [B_j] \cdot V_j; j = 1, 2, 3, \dots 5 \quad (2.3.1)$$

dostaneme pět odlišných matic tuhosti, jejichž hodnoty tuhostí přísluší pouze posuvům uzlových bodů tvořících danou matici.

2.4 GLOBÁLNÍ MATICE TUHOSTI

Abychom byli schopni úlohu dopočítat, musíme jednotlivé matice tuhosti uspořádat do jedné celkové matice. Toto uspořádání není nahodilé, ale řídí se přísnými pravidly. Ve složitějších úlohách obsahujících mnoho konečných prvků se tato celková matice tvoří různými cykly přiřazující jednotlivé hodnoty tuhostí v příslušných směrech do jedné matice. Přiřazujících metod je celá řada. V našem případě byla vybrána metoda, která se obtížně cykluje, ale je snadná pro pochopení principu a také nejvhodnější pro grafické znázornění. Do každé matice jsou vloženy další matice obsahující pouze nuly, které simulují neexistující vliv na celou soustavu. Imaginárně se pak jednotlivé matice tuhosti rozšíří o rozměr celkové matice tuhosti. Na *obr. 2.d* jsou znázorněny rozšířené matice tuhosti, kde jednotlivá pole představují tuhosti pro posuv uzlových bodů v každém směru. Každému poli (barevný čtverec) tak náleží rozměr 3×3 .

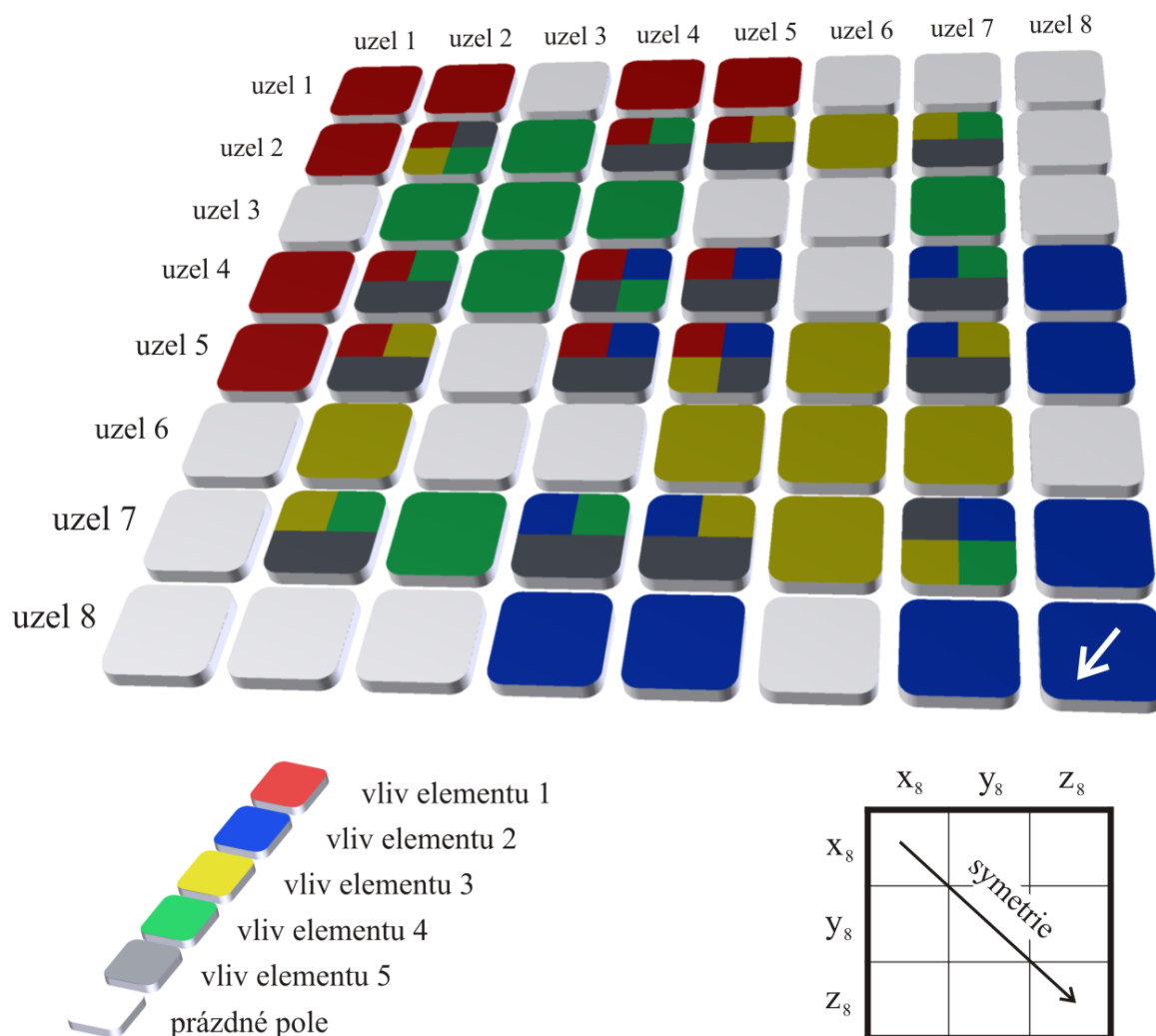


Obr. 2.d – Rozšířené matice tuhosti

Abychom získali matici tuhosti s vlivem všech pěti elementů působících v soustavě (globální matice), stačí nám pouze tyto rozšířené matice tuhosti sečíst

$$[K_c] = \sum_{j=1}^5 [K_{r_j}]. \quad (2.4.1)$$

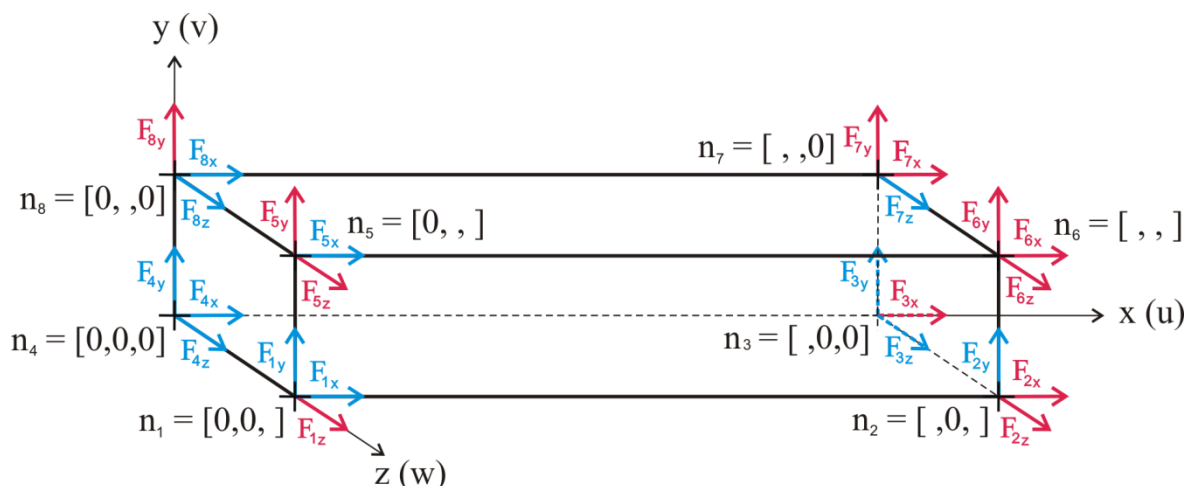
Matice bude poté čtvercová s rozměrem 24×24 . Vizualizaci a vliv jednotlivých uzlů na celkovou matici tuhosti můžeme vidět na *obr. 2.e*.



Obr. 2.e – Globální matice tuhosti s vlivem všech elementů

2.5 OKRAJOVÉ PODMÍNKY

Podle zadání je nutné přímo pro jednotlivé uzly stanovit, kde musí být zabráněno posuvům a ve kterých uzlech působí akční síly. V našem případě budou mít všechny uzly přiřazenou okrajovou podmínku. Tato skutečnost nastala z důvodu velmi řídké sítě. Kdyby byl konečnoprvkový model jemnější, zajisté by se zde našly uzly bez předepsaných vlastností. Na obr. 2.f lze pozorovat drátový model, kterému byly odebrány všechny stupně volnosti. Modře zvýrazněné síly představují reakční síly v podporách a červená barva přísluší silám akčním. Náznorným způsobem jsou v obr. 2.f vyznačeny i vazby uzlů. Bylo použito klasické značení komerčního programu *MSC Patran*, který v hranatých závorkách zobrazuje hodnoty posunutí pro směry x, y, z . Nula znamená zamezení posuvu v příslušném směru, mezera přísluší směru volnému.



Obr. 2.f – Drátový model grafického znázornění okrajových podmínek konečnoprvkového modelu

2.6 VÝPOČET

Abychom vůbec mohli rovnici 1.1.29 vyřešit, musíme výpočet rozdělit na dva běhy. Metodu konečných prvků nelze řešit numericky pouze jedním výpočtem. Bylo by to možné pouze v případě, kdybychom znali akční síly a najednou i reakce ve všech zavazbených uzlech nebo zavazbené uzly a deformace všech uzlů volných. Tento případ je ale velice nepravděpodobný. Z první části výpočtu získáme informaci o posunu všech volných uzlů (bod 2.7). S těmito výsledky dále pracujeme v druhém běhu (bod 2.8).

2.7 DEFORMACE A JEJÍ PRUMEROVÁNÍ

Prioritou pro určení deformací je správné stanovení vektoru zatěžujících sil (zvýrazněny červeně na obr. 2.f)

$$\{f_r\}^T = [F_{1z} \ F_{2x} \ F_{2z} \ F_{3x} \ F_{5y} \ F_{5z} \ F_{6x} \ F_{6y} \ F_{6z} \ F_{7x} \ F_{7y} \ F_{8y}]. \quad (2.7.1)$$

Podle typu prvků je nutno přepočíst akční síly do jednotlivých uzlů. Akční síla je v našem případě pouze jedna a působí na ploše tvořené uzly n_2, n_3, n_6, n_7 . Jelikož jsme použili prvky bez meziuzlů, snadno lze rovnoměrně rozložit sílu 40 000 N mezi jednotlivé uzly. Každému uzlu tedy náleží čtvrtinová hodnota akční síly. Ostatní hodnoty polí zůstanou nulové, protože žádné další síly na model nepůsobí

$$\{f_r\}^T = [0 \ 10^4 \ 0 \ 10^4 \ 0 \ 0 \ 10^4 \ 0 \ 0 \ 10^4 \ 0 \ 0]. \quad (2.7.2)$$

Musí tedy platit, že

$$\{u_r\} = [K_r]^{-1} \cdot \{f_r\}. \quad (2.7.3)$$

Kontrolou rozměru matice $[K_r]$ zjistíme, že tato redukovaná matice tuhosti musí být čtvercová o rozměru 12×12 . Je tedy zapotřebí upravit celkovou matici tuhosti tak, aby obsahovala pouze hodnoty tuhostí ve směrech právě počítaných deformací

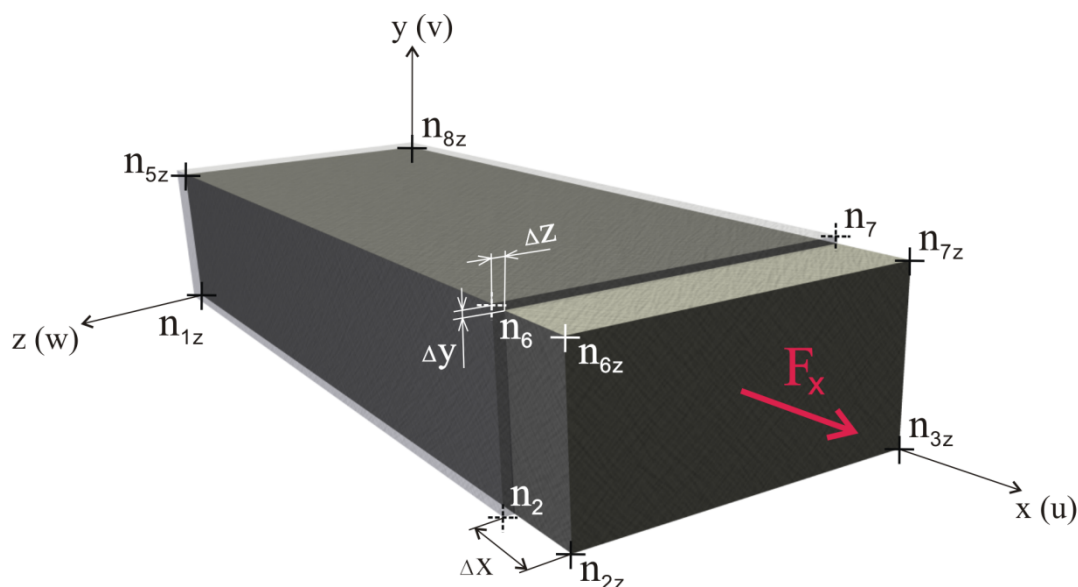
$$\{u_r\} = [w_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad u_3 \quad v_5 \quad w_5 \quad u_6 \quad v_6 \quad w_6 \quad u_7 \quad v_7 \quad v_8]. \quad (2.7.4)$$

Stanovíme-li správně redukovanou matici tuhosti $[K_r]$, dopočteme velikosti deformací volných uzlů. V našem případě se jedná o prostý tah, hodnoty změny tvaru v jednotlivých směrech lze tedy průměrovat, jelikož deformace je v každém směru konstantní

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \frac{u_2 + u_3 + u_6 + u_7}{4} = \mathbf{0,048\ mm}, \\ \Delta y &= \frac{v_5 + v_6 + v_7 + v_8}{4} = \mathbf{-0,003\ mm}, \\ \Delta z &= \frac{w_1 + w_2 + w_5 + w_6}{4} = \mathbf{-0,006\ mm}. \end{aligned} \right\} \quad (2.7.5)$$

Kontrolou pomocí Hookeova zákona pro trojosý tah bychom zjistili, že analyticky vypočtené hodnoty jsou totožné s výsledky zprůměrovaných deformací pomocí Metody konečných prvků (rovnice 2.7.5).

Vizualizaci zatíženého modelu lze vidět na *obr. 2.g*. Reálná součást by byla poté deformována symetricky podle geometrických rovin znázorněných na *obr. 2.b*. Největší deformace, která je v našem případě ve směru x , by byla v nezjednodušeném modelu dvojnásobná.



Obr. 2.g – Grafické znázornění deformací ve všech směrech v měřítku 100:1

2.8 REAKČNÍ SÍLY V PODPORÁCH A JEJICH KONTROLA

V *bodě 2.7* jsme si dopočetli velikosti potřebných deformací, od kterých se odvíjí aproximace napjatosti v každém elementu. Reakční síly nejsou hlavním cílem nejpoužívanější deformační varianty MKP, avšak pro kompletní přehled o silových veličinách v modelu je zapotřebí jejich vyčíslení. Matici tuhosti nelze redukovat pro rychlejší výpočet jako v *bodě 2.7*, protože hodnoty zavazbených uzlu jsou nulové. Po dokončení výpočtu bychom dostali také nulové všechny reakční síly. Abychom stanovili správně vektor reakčních sil, musíme sestavit kompletní výpočet s celkovou maticí tuhosti. Celkový vektor posuvů jednotlivých uzlů

$$\{u_c\}^T = [u_1 \ v_1 \ w_1 \ u_2 \ v_2 \ w_2 \ u_3 \ v_3 \ w_3 \ u_4 \ v_4 \ w_4 \ u_5 \ v_5 \ w_5 \ u_6 \ v_6 \ w_6 \ u_7 \ v_7 \ w_7 \ u_8 \ v_8 \ w_8]$$

sestavíme z dopočtených deformací z *bodu 2.7* a zbylé pole obsadíme nulovými hodnotami

$$\{u_c\}^T = [0 \ 0 \ w_1 \ u_2 \ 0 \ w_2 \ u_3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ v_5 \ w_5 \ u_6 \ v_6 \ w_6 \ u_7 \ v_7 \ 0 \ 0 \ v_8 \ 0].$$

Ty nám matematicky předepisují, že se v tomto směru nesmí zvolený uzel posunout.

Dosazením celkové matice tuhosti a celkového vektoru uzlových posunutí do rovnice

$$\{f_c\} = [K_c] \cdot \{u_c\} \quad (2.8.1)$$

dostaneme celkový vektor silových účinků na konečnoprvkový model

$$\{f_c\}^T = [F_{1x} \ F_{1y} \ F_{1z} \ F_{2x} \ F_{2y} \ F_{2z} \ F_{3x} \ F_{3y} \ F_{3z} \ F_{4x} \ F_{4y} \ F_{4z} \ F_{5x} \ F_{5y} \ F_{5z} \ F_{6x} \ F_{6y} \ F_{6z} \ F_{7x} \ F_{7y} \ F_{7z} \ F_{8x} \ F_{8y} \ F_{8z}].$$

Lze předpokládat, že díky dosazení deformací volných uzlů budou na místech akčních sil dopočítány známé hodnoty

$$\{f_c\}^T = [F_{1x} \ F_{1y} \ 0 \ 10^4 \ F_{2y} \ 0 \ 10^4 \ F_{3y} \ F_{3z} \ F_{4x} \ F_{4y} \ F_{4z} \ F_{5x} \ 0 \ 0 \ 10^4 \ 0 \ 0 \ 10^4 \ 0 \ F_{7z} \ F_{8x} \ 0 \ F_{8z}].$$

Ostatní pole náleží hodnotám reakčních sil ve vazbách zobrazených modře na *obr. 2.f*.

Součtem všech reakčních sil v jednotlivých směrech dostaneme celkový silový reakční účinek v podporách

$$\left. \begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{4x} + F_{5x} + F_{8x} = -40\,000 \text{ N}, \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} = 0 \text{ N}, \\ R_z &= F_{3z} + F_{4z} + F_{7z} + F_{8z} = 0 \text{ N}. \end{aligned} \right\} \quad (2.8.2)$$

Numerické metody, na jejichž základě staví i Metoda konečných prvků, běžně pracují s numerickou a aproximační chybou. Záleží pouze na nás, jak přesný výpočet provedeme a jak kvalitní síť konečných prvků vytvoříme. Dopočtem reakcí si můžeme průběh výpočtu zkontrolovat. Podle Newtonova zákona má akční síla ve svém směru reakci stejné velikosti opačného smyslu, což se projevilo i v celkové reakci R_x .

2.9 APROXIMACE NAPĚTÍ V JEDNOTLIVÝCH PRVCÍCH POMOCÍ DOPOČTENÝCH POSUVŮ

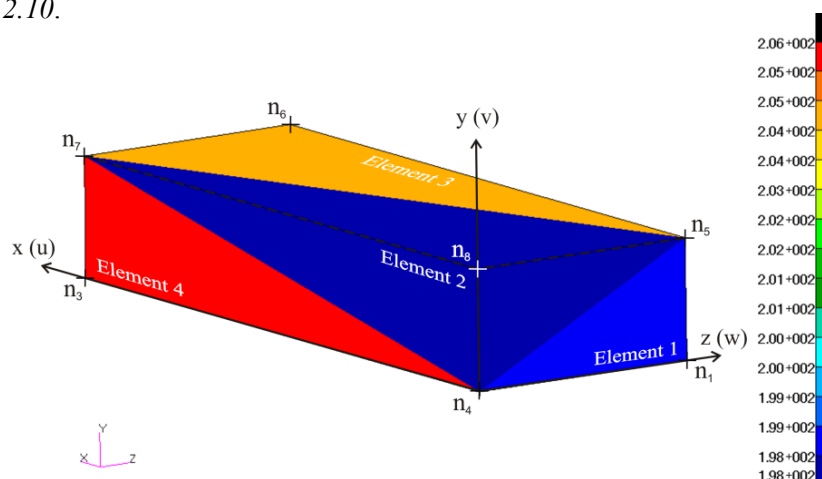
Využitím rovnice 1.1.30 lze pomocí vypočtených deformací v bodě 2.7 aproximovat napjatost v jednotlivých elementech. Zamyslíme-li se, kterými uzly jsou tvořeny elementy, a vyjádříme-li si je z celkového vektoru uzlových posunutí, dostaneme redukováný vektor uzlových posunutí pro specifický element. Sestavením rovnic pro výpočet vektoru napjatosti v každém elementu

$$\left. \begin{aligned} \{\sigma_{e1}\} &= [D] \cdot [B_1] \cdot \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad u_4 \quad v_4 \quad w_4 \quad u_5 \quad v_5 \quad w_5\}^T, \\ \{\sigma_{e2}\} &= [D] \cdot [B_2] \cdot \{u_4 \quad v_4 \quad w_4 \quad u_5 \quad v_5 \quad w_5 \quad u_7 \quad v_7 \quad w_7 \quad u_8 \quad v_8 \quad w_8\}^T, \\ \{\sigma_{e3}\} &= [D] \cdot [B_3] \cdot \{u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad u_5 \quad v_5 \quad w_5 \quad u_6 \quad v_6 \quad w_6 \quad u_7 \quad v_7 \quad w_7\}^T, \\ \{\sigma_{e4}\} &= [D] \cdot [B_4] \cdot \{u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad w_3 \quad u_4 \quad v_4 \quad w_4 \quad u_7 \quad v_7 \quad w_7\}^T, \\ \{\sigma_{e5}\} &= [D] \cdot [B_5] \cdot \{u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad u_4 \quad v_4 \quad w_4 \quad u_5 \quad v_5 \quad w_5 \quad u_7 \quad v_7 \quad w_7\}^T, \end{aligned} \right\} \quad (2.9.1)$$

dopodčítáme všechny složky vektorů

$$\left. \begin{aligned} \{\sigma_{e1}\} &= \{198,38 \quad 2,71 \quad 0,88 \quad 0,00 \quad -0,19 \quad 0,48\}^T, \\ \{\sigma_{e2}\} &= \{197,53 \quad 0,17 \quad 0,49 \quad -0,17 \quad 0,00 \quad 0,42\}^T, \\ \{\sigma_{e3}\} &= \{204,51 \quad -2,55 \quad -0,93 \quad 15,35 \quad 7,49 \quad -1,04\}^T, \\ \{\sigma_{e4}\} &= \{205,70 \quad 0,57 \quad 1,18 \quad -15,08 \quad -7,56 \quad 0,00\}^T, \\ \{\sigma_{e5}\} &= \{196,94 \quad -0,45 \quad -0,81 \quad -0,15 \quad -0,16 \quad 1,15\}^T. \end{aligned} \right\} \quad (2.9.2)$$

Doposud bylo naznačeno, jak můžeme postupovat při výpočtu napjatosti, jež je pro nás hlavním měřítkem pro posouzení soudržnosti. Hodnoty je však zapotřebí analyzovat a umět je správně interpretovat. V našem případě se jedná pouze o jednoosý tah (proto jsou také ostatní složky vektoru napjatosti zanedbatelné). Abychom byli schopni přesněji určit, v jakém místě je hodnota maximální, je nutné přepočítat napětí do každého uzlu. Tomuto kroku se věnuje následující bod 2.10.



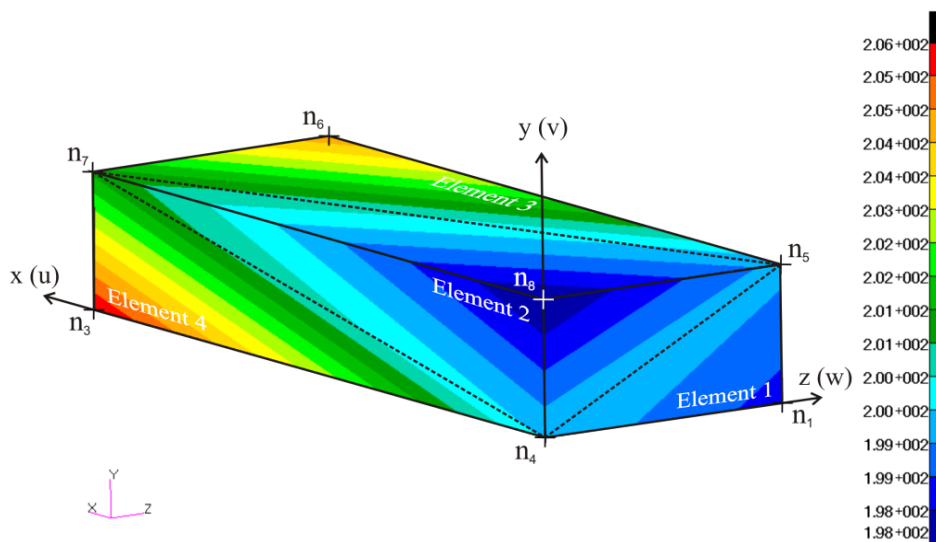
Obr. 2.h – Zobrazení napětí v ose x na jednotlivých elementech v programu MSC Patran

2.10 PRŮMĚROVÁNÍ NAPĚTÍ V JEDNOTLIVÝCH UZLECH

Podle návrhu konečnoprvkového modelu jednoznačně určíme, které prvky přísluší jednotlivým uzlům. Tvoří-li uzel více elementů, je nutné rovnoměrně zprůměrovat napětí vypočtené v bodě 2.9 do jedné hodnoty

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{n_1} &= \sigma_{e_1}^x = \mathbf{198,38 MPa}, \\ \sigma_{n_2} &= \frac{\sigma_{e_1}^x + \sigma_{e_3}^x + \sigma_{e_5}^x}{3} = \mathbf{199,94 MPa}, \\ \sigma_{n_3} &= \sigma_{e_4}^x = \mathbf{205,70 MPa}, \\ \sigma_{n_4} &= \frac{\sigma_{e_1}^x + \sigma_{e_2}^x + \sigma_{e_5}^x}{3} = \mathbf{197,62 MPa}, \\ \sigma_{n_5} &= \frac{\sigma_{e_1}^x + \sigma_{e_2}^x + \sigma_{e_3}^x + \sigma_{e_5}^x}{4} = \mathbf{199,34 MPa}, \\ \sigma_{n_6} &= \sigma_{e_3}^x = \mathbf{204,51 MPa}, \\ \sigma_{n_7} &= \frac{\sigma_{e_2}^x + \sigma_{e_3}^x + \sigma_{e_5}^x}{3} = \mathbf{199,66 MPa}, \\ \sigma_{n_8} &= \sigma_{e_2}^x = \mathbf{197,53 MPa}. \end{aligned} \right\} \quad (2.10.1)$$

Ve všech výpočetních programech jsou obsaženy algoritmy průměrující napětí dokonce i v meziuzlové oblasti. Přejít hodnot napětí mezi uzly se lineárně aproximuje a vznikne představa o rozložení napjatosti v každém bodě modelu. Grafické znázornění takového rozložení pro náš případ můžeme vidět na obr. 2.i.

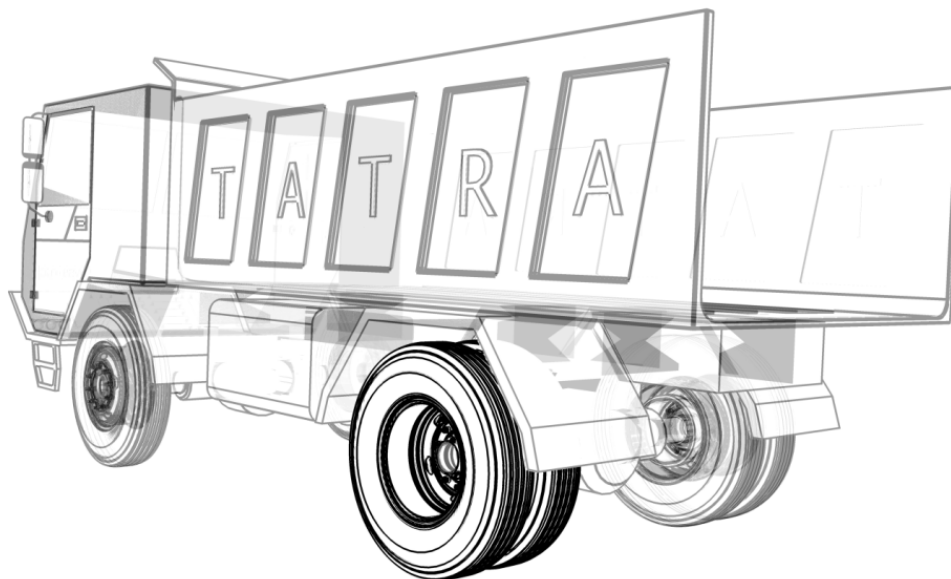


Obr. 2.i – Průměrování napětí v ose x na jednotlivých uzlech v programu MSC Patran

V příloze této práce můžeme shlédnout podrobnější doprovodný výpočet zpracovaný parametricky v prostředí *MathCad*. Lze tedy měnit velikost modelu i zatížení v různých osách. Pro kontrolu je přiložen také vstupní textový soubor *bdf* pro výpočet v softwaru *MD NASTRAN* a zjednodušený výstupní výsledkový soubor zapsaných hodnot *f06* také v textové podobě.

3. POPIS ZAŘÍZENÍ

Zadní nápravy spolu s nápravou přední umožňují nákladnímu vozidlu pohyb po zemském povrchu (*obr. 3.a*).



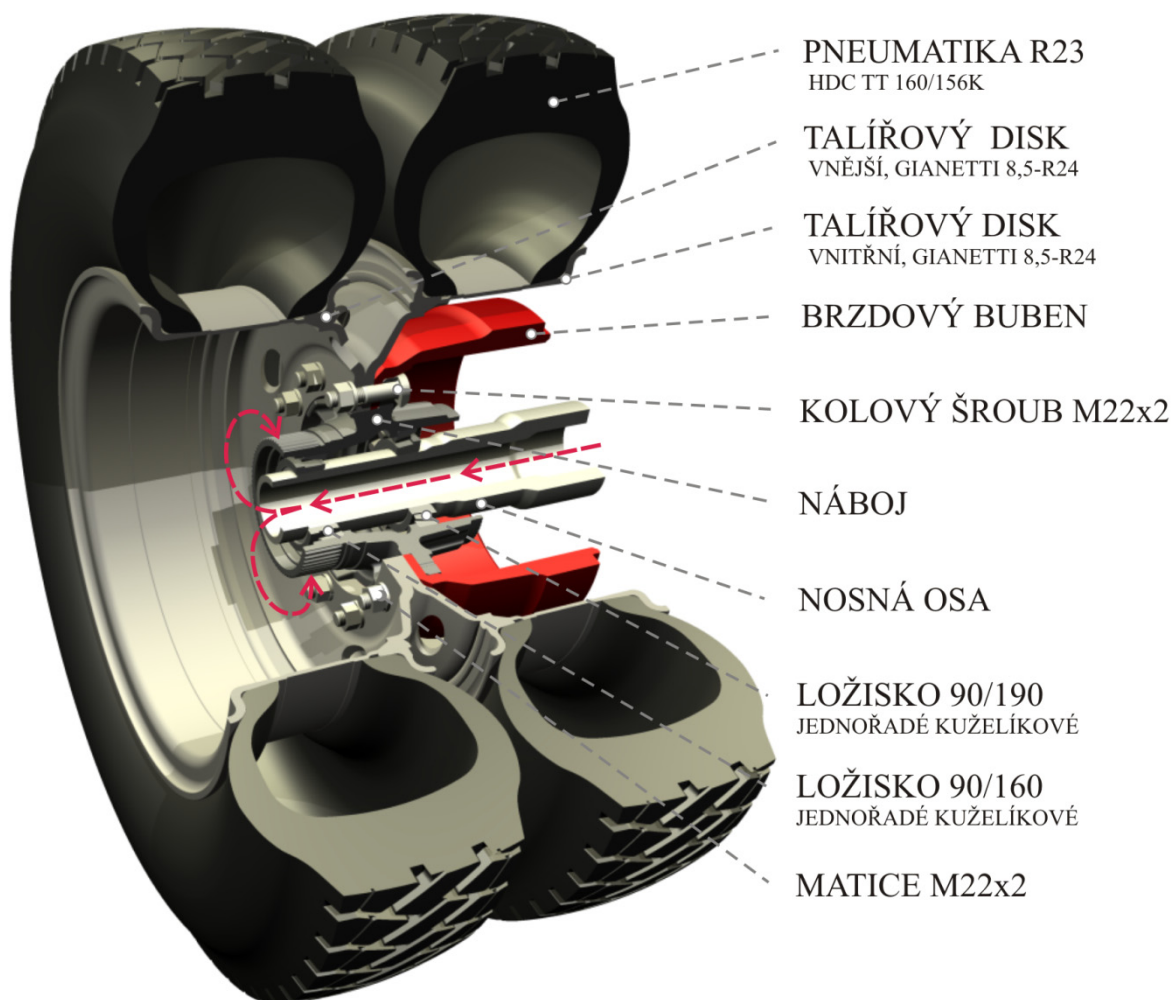
Obr. 3.a – Náčrt nákladního vozidla Tatra se zvýrazněným levým kolem zadní nápravy

Nápravy přenášejí krouticího moment vytvořený vznětovým spalovacím motorem z diferenciálu na hnaná kola, která jsou schopna svým otáčením uvést nákladní automobil do pohybu. Rotaci hnaných kol umožňují jednořadá kuželíková ložiska, která vymezují prostor mezi nosnou osou a nábojem. Ložiska jsou záměrně navržena tak, aby byla při nalisování montována proti sobě. Tato koncepce je v automobilovém průmyslu poměrně běžná a můžeme ji nalézt u většiny osobních i nákladních vozidel. Jednoduchým řešením jsou ložiska schopna přenášet radiální i axiální zatížení vysokých hodnot. Čárový styk valivých elementů kuželíkového ložiska s oběma nalisovanými kroužky je z hlediska únosnosti vhodnější v porovnání s bodovým stykem elementů kuličkových ložisek.

Na *obr. 3.b* je červenými šipkami znázorněn princip přenosu krouticího momentu na náboj. Ve skutečnosti je uvnitř nosné osy umístěna otočná hřídel (náhon), která je připojena pomocí kolové redukce k náboji. Vhodným typem redukce lze dodatečně upravit celkový převodový poměr automobilu podle typu povrchu vozovky a stoupavosti terénu. Výměna redukcí na každé nápravě je však časově náročná a nelze ji provádět za pohybu automobilu.

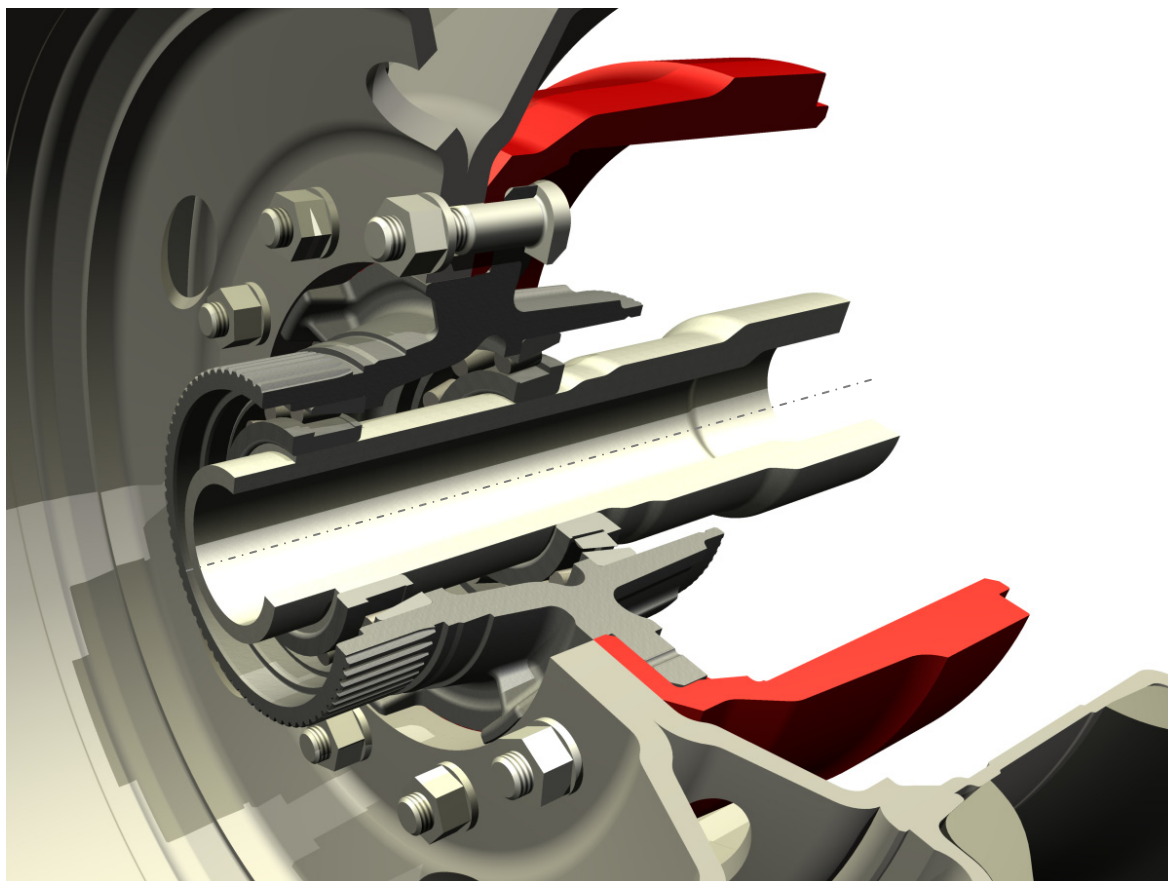
Náboj zadní nápravy je s brzdovým bubnem a dvěma talířovými disky pevně spojen deseti speciálními šrouby, které jsou zajištěny maticí (*obr. 3.c*). Hodnota předpětí ve šroubovém spoji vyvolaná účinkem utahovacího momentu je předepsána tak, aby i při náhodném přetížení vlivem výmolu nebo špatného stavu komunikace nepoklesla zbytková síla v přírubě na nulovou hodnotu. Na povrchu dířku kolových šroubů se nacházejí malé drážky, které se při montáži otláčejí.

Naklepnutím šroubů do náboje se za pomoci těchto drážek vymezí prostor mezi součástmi a šrouby tak při montáži nevypadnou. Hlava kolového šroubu se zapře o válcovou stěnu náboje a snadno lze disky vyměnit za použití pouze jednoho momentového klíče. Oba talířové disky jsou na vnějším obvodu opatřeny bezdušovou pneumatikou tlumící vibrace, omezující hlučnost soupravy a zvyšující koeficient smykového tření mezi vozovkou a nákladním vozidlem.



Obr. 3.b – Tříčtvrtinový řez sestavy zjednodušené zadní nápravy

Ke zpomalení či úplnému zastavení nákladního vozidla slouží bubnová brzda. Roztažením čelistí uvnitř bubnu dojde ke styku brzdového obložení s vnitřní částí bubnu. Vyvolané tření uvolňující značné teplo má snahu zamezit otáčení a působit brzdným momentem proti směru pohybu již nepůsobícího hnacího momentu. Reakcí na brzdný moment je snížení rychlosti celého automobilu až do úplného zastavení. Je nutno podotknout, že společnost TATRA, a.s. používané pneumatiky, disky, šrouby, matice ani kuželíková ložiska nevyrábí, jejich dostupnost zajišťují externí firmy.



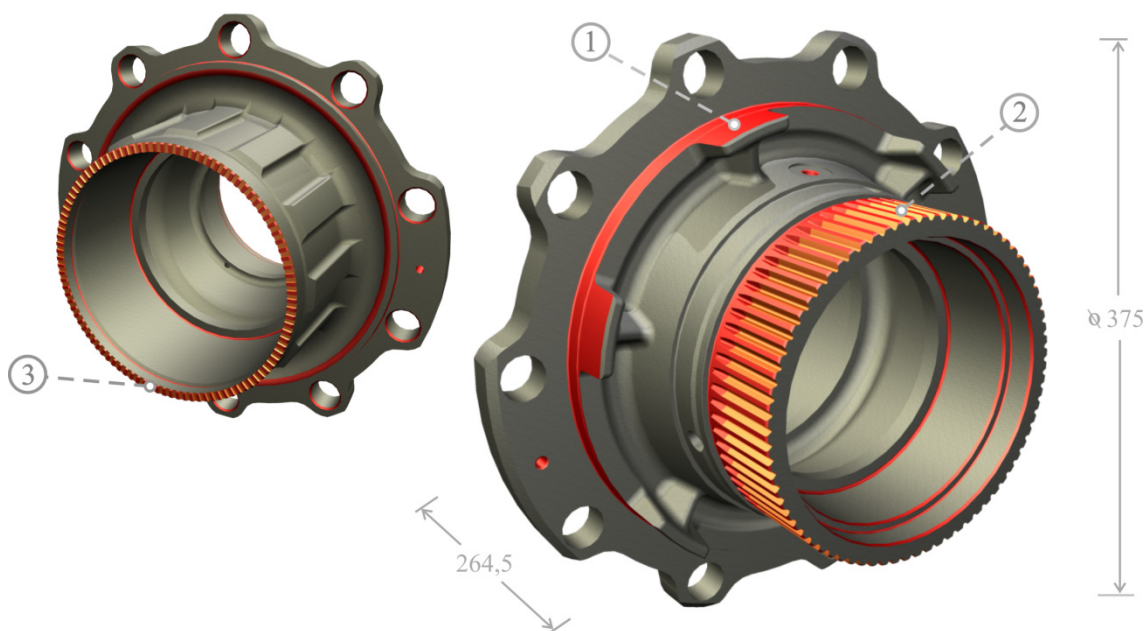
Obr. 3.c – Detail náboje zjednodušené zadní nápravy

4. VYTVOŘENÍ A ÚPRAVY GEOMETRICKÉHO MODELU

Zjednodušená zadní náprava nákladního automobilu se skládá z mnoha částí (*obr. 3.b*), jejichž tvorbu, úpravu a důležitost si popíšeme v následujících podbodech. Největší důraz musíme klást na správnost a návaznost křivek (ploch, objemů), protože geometrický model slouží především jako předloha pro tvorbu konečnoprvkového modelu. Měřítkem kvality není vnější vystínovaný vzhled, ale pouze geometrická propracovanost a jednoznačnost modelu. Celá sestava bude tvořena statisíci uzly. Zjednodušíme proto všechnu komplikovanou geometrii, jejichž úpravou se výsledky na důležitých místech nezmění. Příkladem může být šroubový spoj s metrickým závitem. Zajisté nebudeme vytvářet kompletní složitý profil závitu. Návrhem a optimalizací šroubového spoje se práce nezabývá. Prioritou je vyhodnocení napětových polí na náboji, který je zcela novým prvkem sestavy.

4.1 GEOMETRICKÝ MODEL NÁBOJE

Zadavatelem práce byla poskytnuta výkresová dokumentace používaného i nově upraveného a výrazně odlehčeného prototypu náboje. Součástí přílohy byl dokonce i odpovídající geometrický model ve formátu *step*. Tento formát se jevil jako velice nevhodný pro modifikaci geometrie, protože jej nebylo možné snadno upravit v *CAD systémech*. Náboj je velice složitý na tvarové přechody, proto většina základních příkazů pro úpravu geometrie byla při úpravě nefunkční.



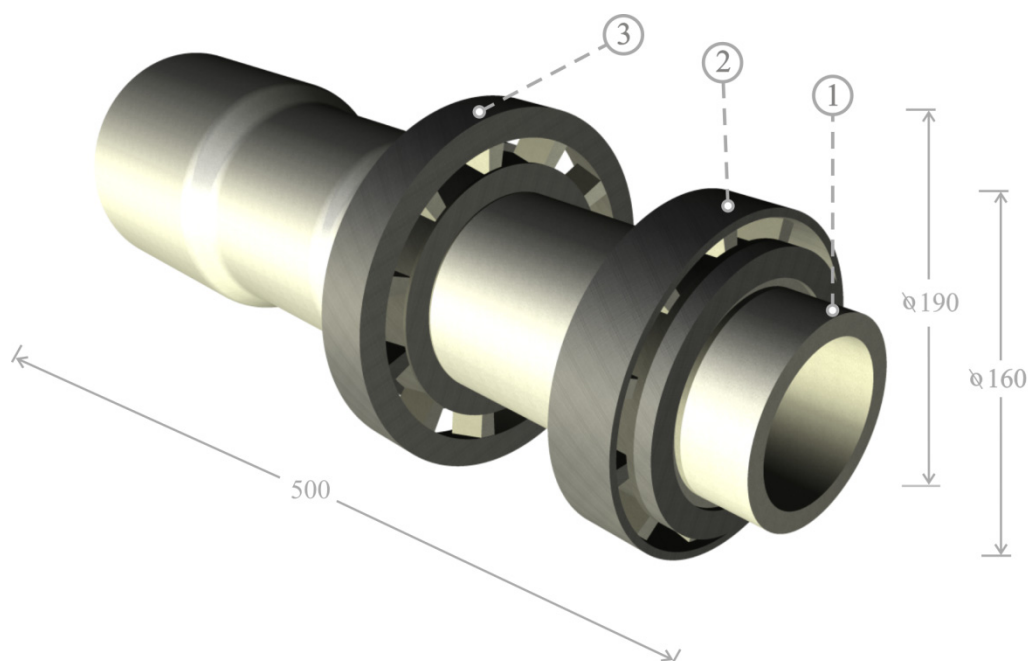
Obr. 4.a – Geometrický model náboje se zvýrazněním upravených míst

Nezbytnou úpravou modelu náboje bylo odstranění zaoblených a sražených hran zvýrazněných červenou barvou na *obr. 4.a* z důvodu zjednodušení již tak složitě konečnoprvkové

sítě. Ve většině děr byly vyřezány skutečné závity, bylo proto zapotřebí prostor zaplnit, jako by se zde díra nenacházela. Poté bylo možné opět vytvořit nový hladký otvor, jehož geometrie je prostá. Pro lineární statický výpočet bylo nutné upravit stykové plochy náboje s ostatními komponenty sestavy znázorněné na pozici 1 v obr. 4.a. V těchto místech byla geometrie složitě tvarována pro snadné nasazení talířových disku na náboj. Při konečnoprvkové analýze ale v těchto místech vznikaly špičky napětí, které byly způsobeny tvarovým přechodem v kontaktní geometrii. Jednoduchou úpravou se podařilo změnit všechny kontaktní plochy tak, aby se rovnoměrně dotýkaly. Poslední modifikací modelu náboje bylo odstranění evolventního drážkování označeného pozicí 2 a rovnobokého drážkování na pozici 3 v obr. 4.a. V těchto místech nebyla žádná změna ve srovnání se starou verzí náboje. Krouticí moment od motoru vstupuje na náboj (pozice 2 v obr. 4.a) pomocí odstraněného drážkování. Snadno lze i na upravenou plochu umístit krouticí moment bez změny silových poměrů.

4.2 GEOMETRICKÝ MODEL NOSNÉ OSY SE ZJEDNODUŠENÝMI LOŽISKY

Tento geometrický model slouží při analýze především jako poddajná okrajová podmínka. V prvních výpočtech se s touto osou ani ložisky vůbec nepočítalo. Byly vytvořeny pouze vnější kroužky kuželíkových ložisek a v místech jejich styku s valivými elementy byla nasimulována vazba přenášející pouze tlak. Tato okrajová podmínka je však absolutně tuhá. Bylo ji nutné nahradit skutečnou osou, jejíž konec je dostatečně vzdálený od nalisovaných ložisek. Výsledky redukovaného napětí podle metody HMH byly v kritických místech bez této nosné osy a kompletních ložisek o 1% vyšší než hodnoty dosažené analýzou kompletní sestavy.

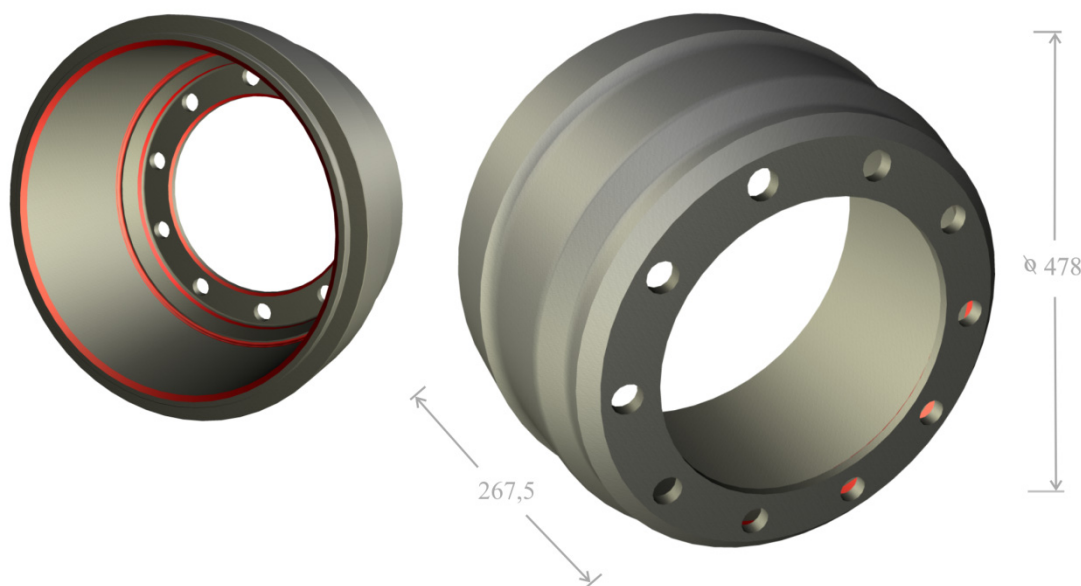


Obr. 4.b – Geometrický model nosné osy se zjednodušenými kuželíkovými ložisky

Předlohou pro tvorbu nosné osy (*pozice 1 na obr. 4.b*) byl sestavný výkres úplné zadní nápravy. Různé stupně a vnitřní otvory byly odměřeny, maximální délka zvolena 500 mm. Podrobné údaje o geometrii kuželíkových ložisek (*pozice 2 a 3 na obr. 4.b*) nebylo možné nalézt v žádném z internetových katalogů. Všechny doplňující rozměry o velikosti valivých elementů a geometrii použitých kroužků (kromě montážních parametrů) jsou výrobním tajemstvím. Pomocí studentské verze programu *INVENTOR 2011* byla potřebná ložiska vygenerována a jejich rozměry odečteny. Valivé elementy byly upraveny tak, aby jejich styková plocha s kroužky byla co největší. Upravené tělísko není již komolým kuzelem, ale pouze speciálním šestistěnem se dvěma oblými plochami přesně dosedajícími na vnější kroužky. Objemy upravených valivých elementů jsou podobné skutečným. V každém ložisku je použito shodně jedenáct elementů.

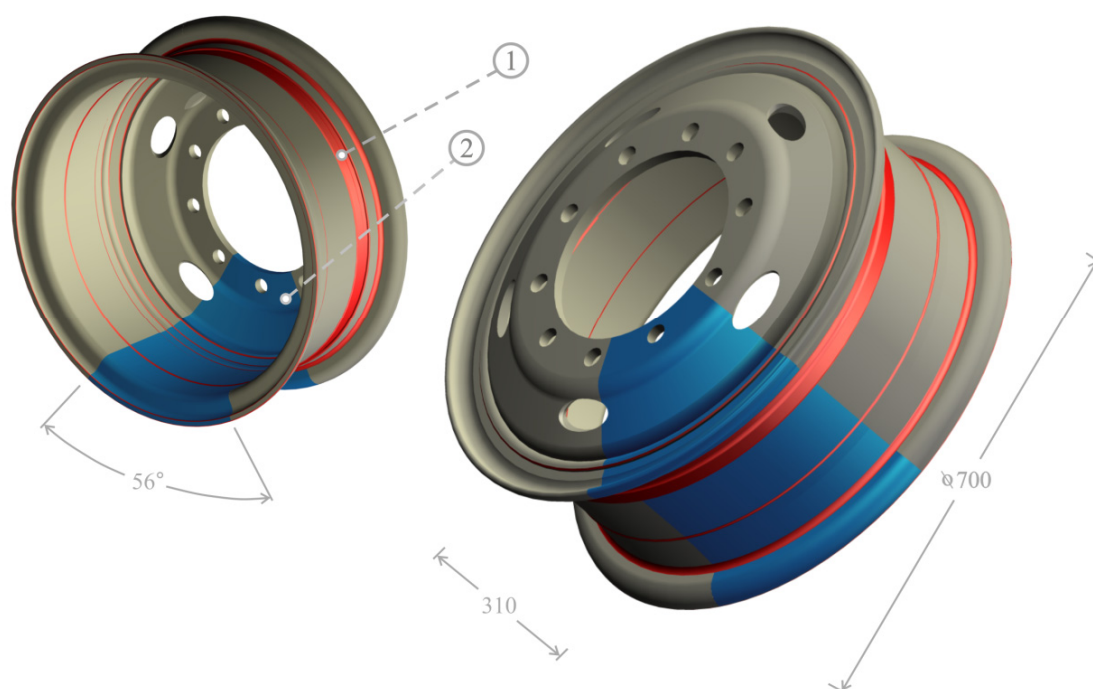
4.3 GEOMETRICKÝ MODEL BRZDOVÉHO BUBNU A TALÍŘOVÉHO DISKU

Model brzdového bubnu byl vytvořen podle technické dokumentace (*obr. 4.c*), zanedbatelné zaoblení a sražené hrany byly odstraněny. Tento postup byl totožný i pro tvorbu geometrického modelu talířových disků (*obr. 4.d*).



Obr. 4.c – Geometrický model brzdového bubnu se zvýrazněním upravených míst

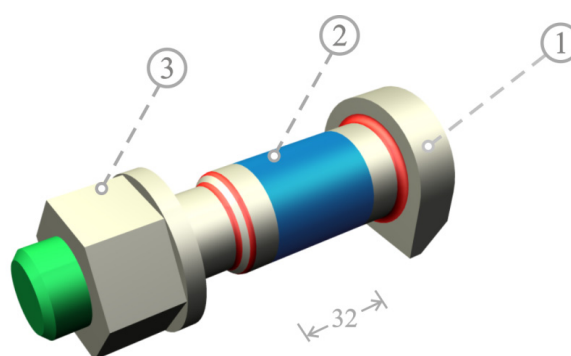
Každý disk se skládá ze dvou částí, které jsou do sebe pevně nalisovány. Bylo nutné přizpůsobit tuto přechodovou geometrii v místech označených *pozicí 1 na obr. 4.d* pro jednodušší konečnoprvkovou síť. Výsledný hladký upravený tvar je souměrný v místech styku disku s pneumatikou. Odborným odhadem byla stanovena část diskové výseče velikosti 56° náležící *pozici 2 v obr. 4.d*, na kterou budou aplikovány působící síly.



Obr. 4.d – Geometrický model talířového disku se zvýrazněním upravených míst

4.4 GEOMETRICKÝ MODEL ŠROUBOVÉHO SPOJE

Dalším prvkem pro celou zjednodušenou sestavu je předepjatý šroubový spoj, který k sobě stahuje náboj, brzdový buben a oba talířové disky. Parametry geometrie šroubu (pozice 1 na obr. 4.e) byly odměřeny z výkresové dokumentace a rozměry matice (pozice 3 v obr. 4.e) získány ze strojnických tabulek [15]. Podrobnosti týkající se typu a stoupání závitu byly vyhledány v dílenské příručce [16].



Obr. 4.e – Geometrický model šroubového spoje se zvýrazněním upravených míst

Pro konečnoprvkovou analýzu je zapotřebí rozdělit šroub na 3 části, aby nedošlo ke konfliktu předepnutých elementů s kontaktními plochami. Ideálním místem pro aplikaci předpětí ve šroubech je vybrána část díku šroubu označená pozicí 2 na obr. 4.e. Je experimentálně ověřeno, že největší zatížení přednáší pouze první nosný závit matice, s přibývajícými závity se napětí

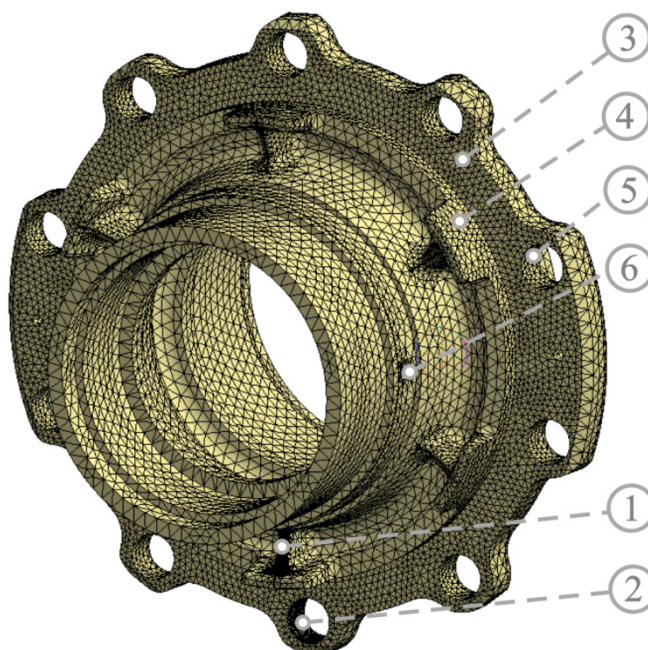
sníží. Můžeme proto odstranit část šroubu přesahující matici znázorněnou zelenou barvou na *obr 4.e*. Sestava skládající se z těchto deseti šroubů bude touto snadnou úpravou zbavena stovek elementů, které by zbytečně prodlužovaly výpočetní čas.

5. VYTVOŘENÍ KONEČNOPRVKOVÉHO MODELU

Velká část modelů je značně tvarově složitá, proto nelze využít generaci šestistěnných prvků. Většina konečnoprvkových modelů součástí zadní nápravy je tak tvořena pouze čtyřstěnnými prvky, jejichž vlastnosti jsou popsány v úvodu práce.

5.1 KONEČNOPRVKOVÝ MODEL NÁBOJE

Náboj zadní nápravy je hlavním prvkem soustavy. Přenáší se do něj všechny silové účinky, dokonce je v kontaktu s každou částí sestavy, což lze pozorovat v *tabulce 6.b*. Výjimkou je pouze „selfkontakt“, což je případ nastávající při vlastním styku analyzované součásti. Tato konečnoprvková síť je velice významná, proto bude také ze všech nejjemnější. Základní velikost jednoho elementu byla stanovena na osm milimetrů. Výztuha náboje označená *odkazem 1* na *obr. 5.a*, ve které bylo předběžným výpočtem určeno největší napětí, musela být vysítována elementy pohybující se na hranici jednoho milimetru. Kontaktní plochy určené *odkazem 3 a 4* na *obr. 5.a* byly vytvořeny pomocí prvků velikosti čtyř milimetrů. Okolí vyvrtaných otvorů (*pozice 6; obr. 5.q*), ve kterém se napětí až trojnásobně zvyšuje, bylo zjemněno pomocí pětimilimetrových prvků.

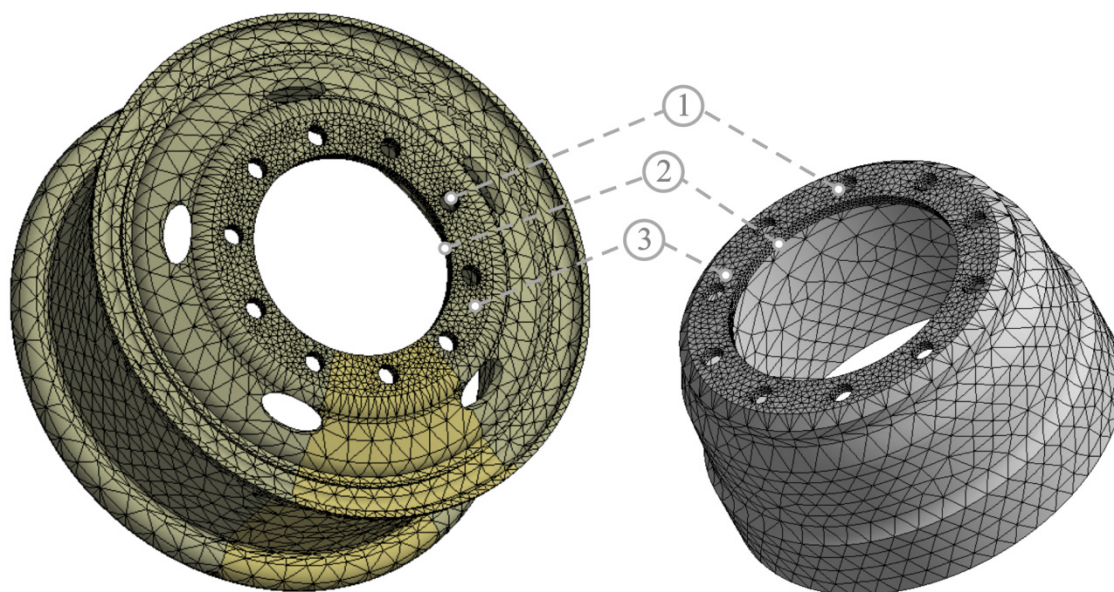


Obr. 5.a – Konečnoprvkový model náboje zadní nápravy

5.2 KONEČNOPRVKOVÝ MODEL TALÍŘOVÉHO DISKU A BRZDOVÉHO BUBNU

Talířový disk je důležitým prvkem soustavy, neboť jsou na něj aplikovány všechny zadané reakce při styku zadní nápravy s vozovkou. Bylo by zajímavé vyhodnotit napěťová pole na tomto disku, avšak s ohledem na výpočetní techniku je zapotřebí předepsat hrubou síť. Základní velikost

elementů byla zvolena na třicet milimetrů. Tato hodnota je proměnlivá v závislosti na kontaktních místech.



Obr. 5.b – Konečnoprvkový model talířového disku (vlevo) a brzdového bubnu (vpravo)

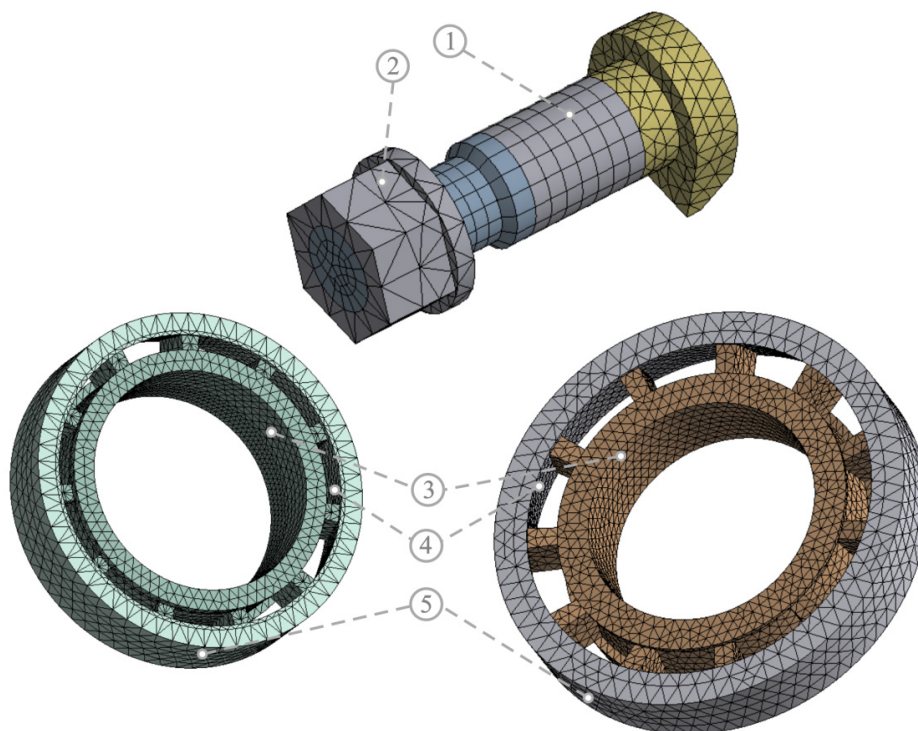
Ačkoliv při brzdění vznikají v bubnu silové účinky ovlivňující náboj zadních kol, při rozjezdu, což je analyzovaná situace, žádné nepůsobí. Zjemněná kontaktní místa mají totožný předpis velikosti prvků jako u talířového disku, proto také odkazové šipky ukazují podobné pozice. Vnitřní plochy děr pro šrouby shodně označeny *pozicí 1* na obr. 5.b byly diskretizovány pomocí prvků velikosti pět milimetrů. Stejnými prvky je také tvořena styková plocha součástí s nábojem (*pozice 2*; obr 5.b). Všechny kontaktní plochy sevřené šroubovými spoji jsou zjemněny na hodnotu deset milimetrů (*pozice 3*; obr 5.b).

5.3 KONEČNOPRVKOVÝ MODEL ŠROUBOVÉHO SPOJE A OBOU KUŽELÍKOVÝCH LOŽISEK

Dřík šroubového spoje byl diskretizován šestistěnnými prvky (*odkaz 1 na obr 5.c*) o velikosti pět milimetrů a navazující hlava šroubu čtyřstěnnými prvky stejné velikosti. Konečnoprvkový model matice (*odkaz 2 na obr 5.c*) spojené se šroubem byl vytvořen pomocí poměrně hrubých prvků velikosti deset milimetrů. Předpětí bylo zadáno na válcovou část dříku znázorněnou modře na obr. 4.e.

Konečnoprvkové modely kuželíkových ložisek není nutné tvořit příliš jemné. Vznikající kontaktní napětí nelze z důvodu úpravy valivých elementů vyhodnotit. Aby bylo možné soustavu dopočítat, je zapotřebí zjemnit síť pouze v okolí kontaktních ploch valivých elementů s vnějšími kroužky (*pozice 4; obr. 5.c*). Velikost elementů se v těchto místech pohybuje okolo čtyř milimetrů.

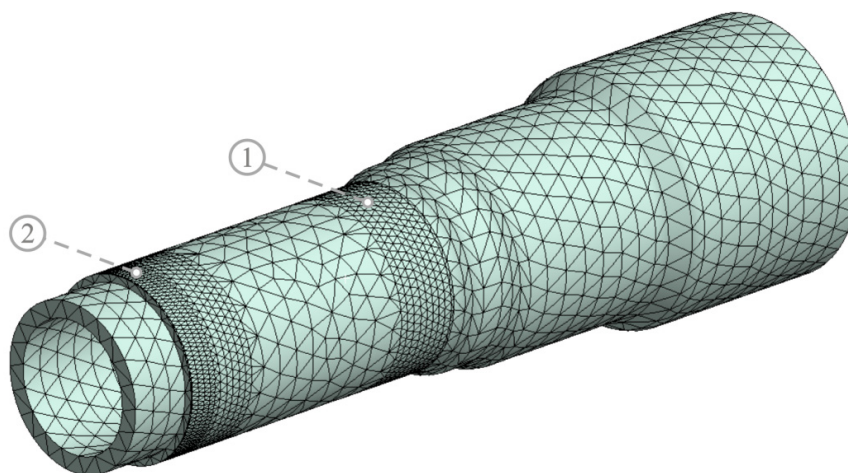
Vnitřní plochy (pozici 3 na obr 5.c) jsou pevně spojeny s nosnou osou a vnější plochy (pozici 5 na obr 5.c) jsou pevně spojeny s nábojem.



Obr. 5.c – Konečnoprvkový model šroubového spoje a obou kuželíkových ložisek
(vlevo ložisko 90/160, vpravo ložisko 90/190)

5.4 KONEČNOPRVKOVÝ MODEL NOSNÉ OSY

Model nosné osy je podobně jako talířové disky a brzdový buben vytvořen pomocí elementů velikosti třiceti milimetrů.



Obr. 5.d – Konečnoprvkový model nosné osy

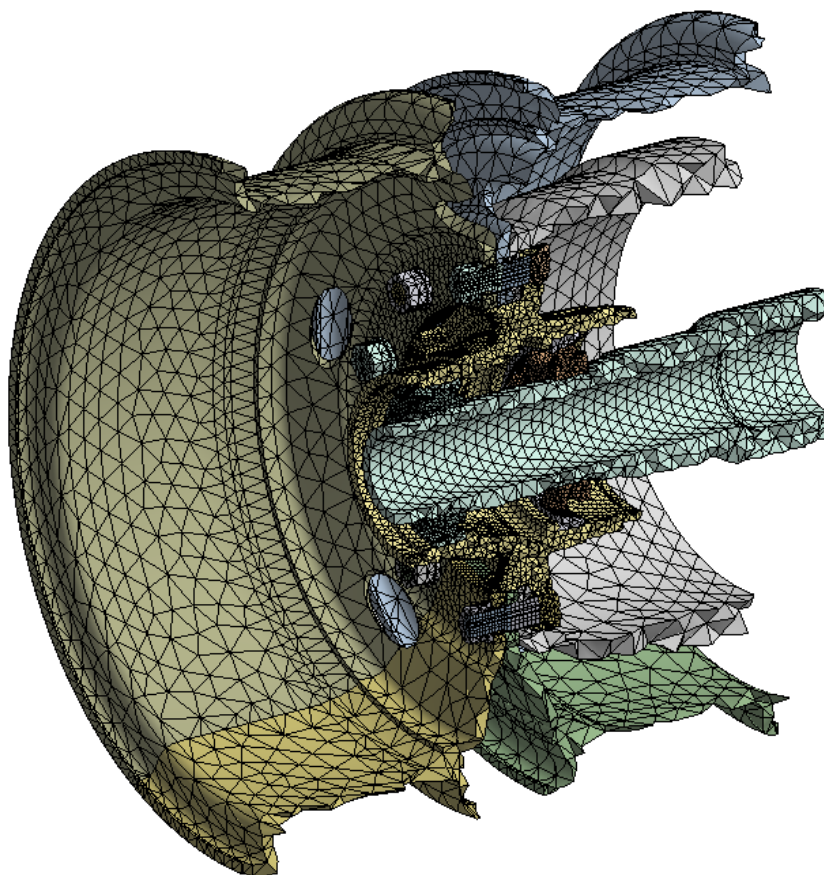
V úloze je osa pevně spojena s oběma ložisky, aniž bylo využito kontaktních funkcí. Na *obrázku 5.d* můžeme spatřit kontaktní plochy s vnitřními kroužky označené *pozicemi 1* a *2*. Úprava je zde automaticky vytvořena z důvodu návaznosti obou sítí.

5.5 SUMARIZACE

Mírou náročnosti úlohy je v našem případě počet stupňů volnosti a množství kontaktních ploch. S ohledem na dostupnou výpočetní techniku je možné parametry úlohy uvedené v *tabulce 5.a* s drobnými obtížemi vyřešit. Kompletní konečnoprvkový model zjednodušené zadní nápravy je zobrazen na *obr 5.e*.

PARAMETR ÚLOHY	HODNOTA
počet stupňů volnosti	1 680 867
počet uzlů	560 289
počet elementů	318 154
spojovací kontakty (bonded)	20
třecí kontakty (frictional)	8

Tab. 5.a – Přehled náročnosti úlohy



Obr. 5.e – Poloviční řez konečnoprvkovým modelem zjednodušené zadní nápravy

6. ROZBOR OKRAJOVÝCH PODMÍNEK, ZATÍŽENÍ SOUSTAVY A TYPY UŽITÝCH MATERIÁLŮ

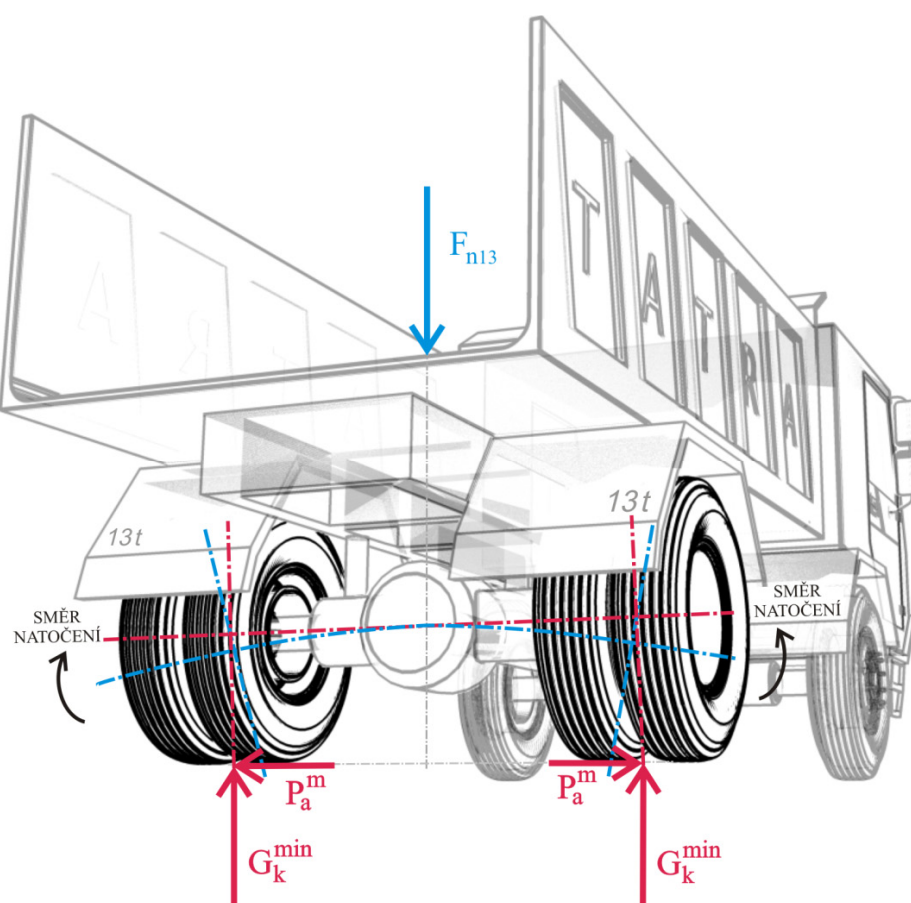
Úloha je po domluvě se zadavateli práce řešena jako statická pevnostní analýza celé zadní nápravy nákladního automobilu s důrazem na pevnostní posouzení a úpravu náboje talířových disků. Vozidlo s třináctitunovými zadními nápravami je zatíženo mnoha vnějšími vlivy. Pro výpočet je zapotřebí správně stanovit jejich směr a velikost.

Zatěžující akční síla F_{n13} (znázorněná modře na *obr. 6*) vyvolaná vlivem předepsané maximální nosnosti 13 t jedné zadní nápravy nákladního automobilu se rovnoměrně rozloží na obě kola. Nosné poloosy se pod tímto zatížením symetricky prohnu (původní tvar nápravy je viditelný na *obr. 6* modrou čerchovanou čarou a tvar po aplikaci zatížení je naznačen červenou čerchovanou čarou na *obr. 6*). Na každém kole tak při kontaktu s vozovkou vzniknou dvě reakční síly

$$G_k^{min} = 6\,500\,kg \text{ (statické vertikální zatížení) a}$$

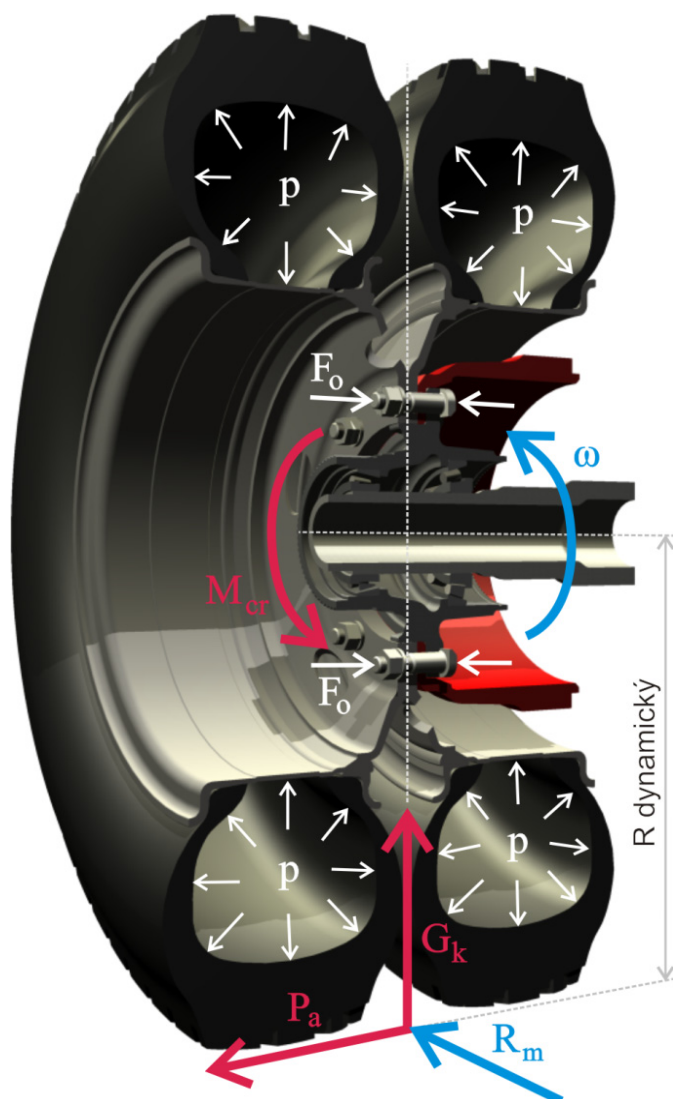
$$P_a^m = 3\,250\,kg \text{ (maximální boční síla, která také simuluje reakční sílu při průjezdu zatáčkou; bod 5.1)}$$

působící na dynamickém poloměru pneumatiky.



Obr. 6 – Rozklad sil vyvolaných vlivem maximální nosnosti zadní nápravy

Dynamický a únavový vliv na celou sestavu je řešen pomocí zdvojnásobení hodnoty statického vertikálního zatížení $G_k^{max} = 13\,000\text{ kg}$ (bod 5.1). Je zde zahrnut i následek přetížení při vjezdu na nerovnost vozovky. Detailní popis všech zatěžujících účinků působících na část zadní nápravy je znázorněn na obr. 6.a.



Obr. 6.a – Rozložení zatížení působících na část zadní nápravy

Nezanedbatelnou složkou zatížení je

maximální krouticí moment od motoru $M_{cr} = 27\,123\text{ N} \cdot \text{m}$ a

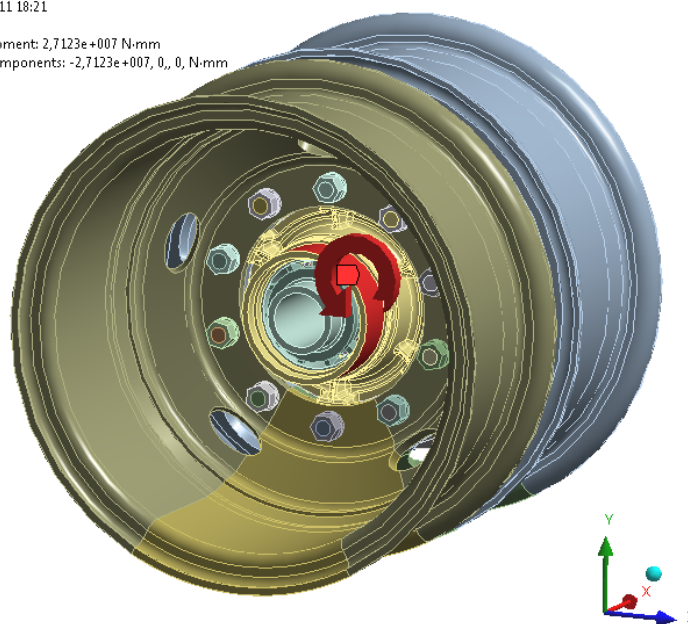
adhezni moment $M_{ad} = 26\,616\text{ N} \cdot \text{m}$ (přenášející tažnou sílu mezi koly a jízdní dráhou),

které jsou velice vyrovnané (rozdíl pouze 2%). Pro výpočet byla zvolena varianta s vyšší hodnotou krouticí momentu, která působí na upravenou plochu náboje ve směru rotace při jízdě nákladního automobilu dopředu (obr. 6.b).

Moment

Time: 2, s
10.4.2011 18:21

■ Moment: 2,7123e+007 N-mm
 Components: -2,7123e+007, 0, 0, N-mm



Obr. 6.b – Zadání maximálního kroučícího momentu na upravenou část náboje

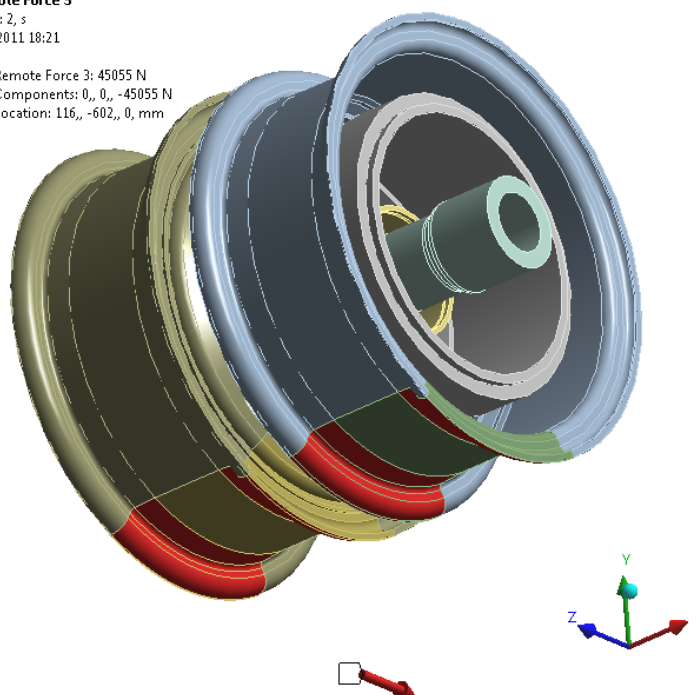
Všechny tyto tři zatěžující parametry ($G_k^{max} [kg] \rightarrow G_k [N]$; $P_a^m [kg] \rightarrow P_a [N]$; M_{cr}) byly předepsány zadavatelem práce a na obr. 6.a jsou znázorněny červenou barvou.

Abychom byli schopni simulovat styk pneumatiky s vozovkou, musíme do soustavy zavést reakční sílu R_m (znázorněnou modře na obr. 6.a) působící na dynamickém poloměru pneumatiky, jejíž momentový účinek působí proti směru maximálního kroučícího momentu od motoru. Pneumatika, která je v kontaktu s vozovkou, brání diskům v jejich rotaci.

Remote Force 3

Time: 2, s
10.4.2011 18:21

■ Remote Force 3: 45055 N
 Components: 0, 0, -45055 N
 Location: 116, -602, 0, mm



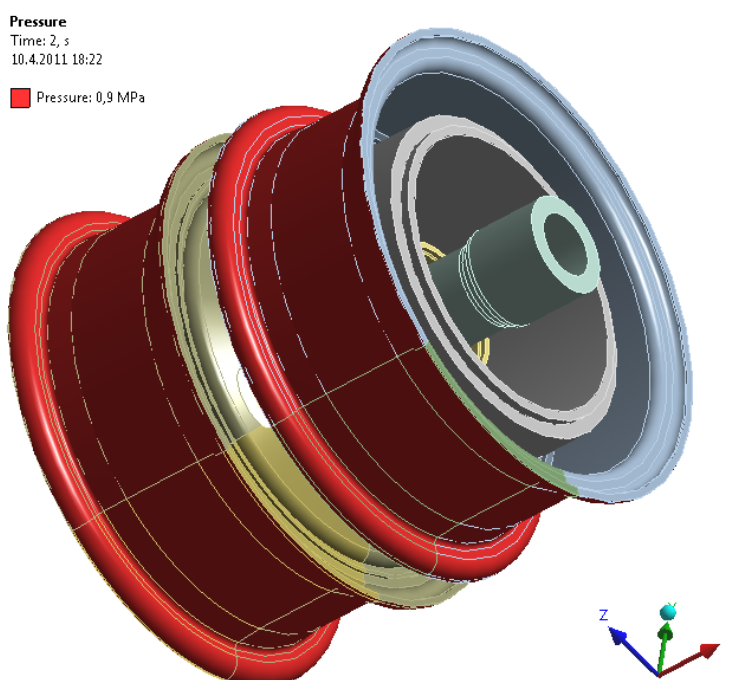
Obr. 6.c – Znázornění reakční síly působící proti směru kroučícího momentu

Vznikne tak reakční síla působící na část diskové výseče (*obr.6.c*) v místě styku kordů pneumatiky s diskem. Snadno dopočteme velikost reakční síly

$$R_m = \frac{M_{cr}}{R_d} = \frac{27\,123}{0,602} = 45\,055\,N. \quad (6.1)$$

Důležitými silami pro sevření obou disků, bubnu a náboje jsou předepínací síly ve šroubech F_o zvýrazněny bílou barvou na *obr. 6.a*, pro jejich výpočet slouží *bod. 6.2*.

Ve výpočtu bude uvažováno s tlakem pneumatik, který se podle dílenské příručky pohybuje v rozmezí 600 – 900 kPa [16]. Pro výpočet budeme uvažovat vyšší hodnotu tlaku $p = 0,9\,MPa$ působícího na celém obvodu obou disků (*obr. 6.d*).



Obr. 6.d – Zadání vnějšího tlaku od nahuštění pneumatiky na celý obvod disků

Nedílnou součástí rotujících součástí je odstředivá síla, které se věnuje *bod. 6.3*.

6.1 STANOVENÍ REAKČNÍCH SIL PŮSOBÍCÍCH OD VOZOVKY

Podle zadavatele práce jsou všechny působící síly uvedeny v kilogramech, což při prvním pohledu může působit netradičně. Zamyslíme-li se však nad touto skutečností, je to důmyslný způsob popsání zatěžujících podmínek. Gravitační síla je závislá na vzdálenosti tělesa od zemského povrchu. Musíme si proto ověřit, jaký vliv bude mít na vozidlo vyšší nadmořská výška. Využitím Newtonova gravitačního zákona, kde síla přitahující dvě hmotná tělesa k sobě je dána rovnicí

$$F_i = \kappa \cdot \frac{m_z \cdot m_i}{r^2} = \frac{\kappa \cdot m_z}{(r_z + h)^2} \cdot m_i = g \cdot m_i. \quad (6.1.1)$$

Snadno tak vyjádříme gravitační zrychlení závislé na vzdálenosti od zemského povrchu

$$g = \frac{\kappa \cdot m_z}{(r_z + h)^2} \quad (6.1.2)$$

Předpokládejme, že se nákladní vozidlo bude pohybovat v oblastech s nadmořskou výškou v rozmezí $h = 0 - 2\,000\text{ m}$. Dosazením výšky h do rovnice 6.1.2 dostane vliv vzdálenosti na zemskou přitažlivou sílu jako proměnné gravitačního zrychlení

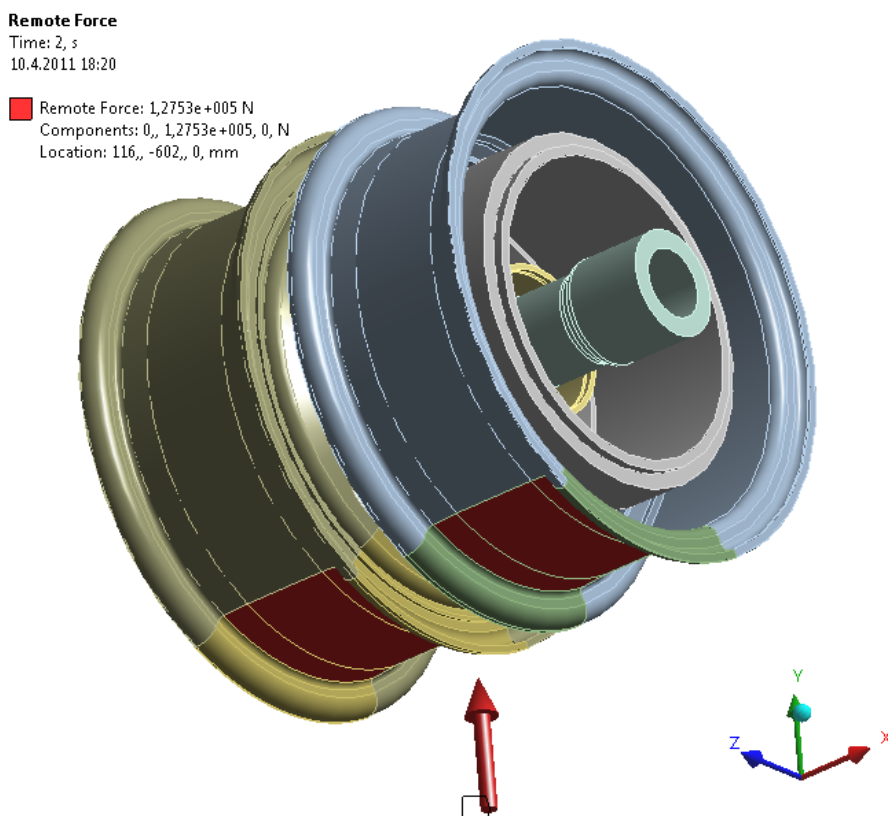
$$\left. \begin{aligned} g_{\min} &= \frac{\kappa \cdot m_z}{(r_z + h)^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(6,378 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^3)^2} = 9,80\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, \\ g_{\max} &= \frac{\kappa \cdot m_z}{(r_z + h)^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(6,378 \cdot 10^6 + 0)^2} = 9,81\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}. \end{aligned} \right\} \quad (6.1.3)$$

Z rovnice 6.1.2 nebo ze vztahů 6.1.3 můžeme usoudit, že hodnota gravitačního zrychlení se výrazně nezmění. Patrnější vliv by měla výška počínající sto kilometry nad zemským povrchem. Těchto hodnot nelze nákladním vozidlem dosáhnout. Budeme tedy proto pro další výpočty považovat konstantní hodnotu gravitačního zrychlení $g = 9,81\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Maximální statické zatížení poté vypočteme z pohybové rovnice

$$G_k = G_k^{\max} \cdot g = 13\,000 \cdot 9,81 = 127\,530\text{ N}. \quad (6.1.4)$$

Tato síla působí na část obvodu diskové výseče znázorněnou na obr. 6.e ve vertikálním směru od vozovky.

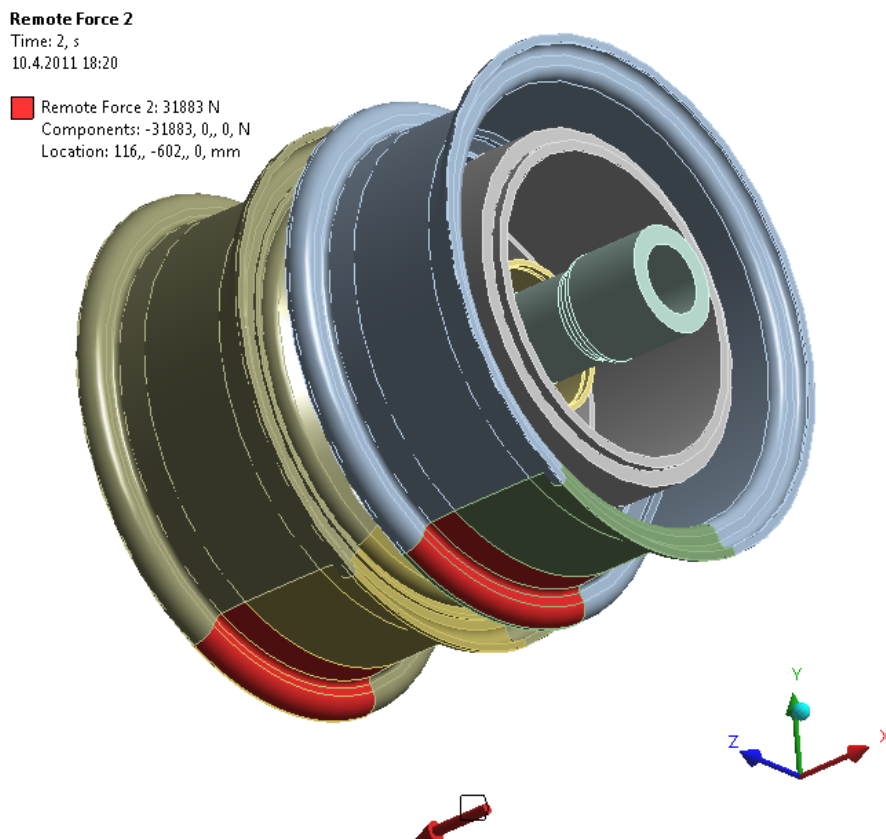


Obr. 6.e – Aplikace maximálního statického vertikálního zatížení na diskové výseče

Maximální boční síla

$$P_a = P_a^m \cdot g = 3\,250 \cdot 9,81 = 31\,883\, \text{N} \quad (6.1.4)$$

působí ve vodorovném směru na část obvodu diskové výseče znázorněnou na *obr. 6.f*. Obě tyto síly představují reakční síly při styku zadní nápravy s vozovkou, není tedy zapotřebí uvažovat vlastní hmotnost soustavy.



Obr. 6.f – Aplikace maximální boční síly na část diskové výseče

6.2 VÝPOČET PŘEDPĚTÍ VE ŠROUBECH

Abychom byli schopni správně nasimulovat třecí podmínky na náboji, který je v kontaktu s oběma disky, bubnem, musíme tyto součásti předepnout šroubovými spoji. Každý šroub je podle dílenské příručky [16] opatřen metrickým závitem $M22 \times 2$ s předepsaným utahovacím momentem $135 \pm 15\, \text{N} \cdot \text{m}$.

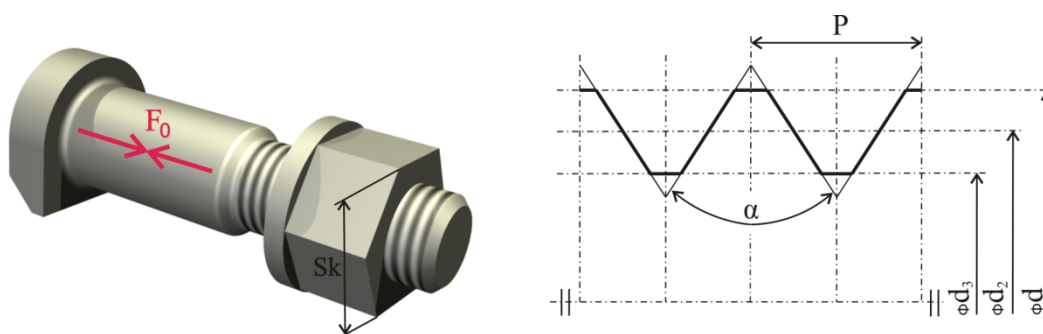
Pro výpočet předepínací síly v jednom spoji podle [10] potřebujeme určit velikost úhlu stoupání metrického závitu

$$\psi = \text{atan} \frac{P}{\pi \cdot d_2} = \text{atan} \frac{2}{\pi \cdot 20,701} = 1,76^\circ \quad (6.2.1)$$

a velikost redukovaného třecího úhlu

$$\varphi' = \operatorname{atan} \frac{f_z}{\cos \frac{\alpha_z}{2}} = \operatorname{atan} \frac{0,12}{\cos \frac{60}{2}} = 7,89^\circ. \quad (6.2.2)$$

Je nutné podotknout, že součinitel smykového tření na závitu a součinitel smykového tření pod maticí nejsou experimentálně nebo ze strany společnosti TATRA, a. s. podloženy. Hodnoty byly určeny odborným odhadem podle strojnických tabulek [15] jako styk níže jmenovaných materiálů (bod 6.4) při suchém tření.



Obr. 6.g – Šroubový spoj s grafickým znázorněním předpětí a jeho profilu metrického závitu.

Utahovací moment

$$M_u = M_{TM} + M_{TZ} = F_o \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \tan(\psi + \varphi') + F_o \cdot f_M \cdot \frac{S_k + d_d}{4} \quad (6.2.3)$$

se rozloží na třecí moment pod maticí a třecí moment na závitu. Vyjádřením předepínací síly z rovnice 6.2.3 a dosazením známých veličin

$$F_o = \frac{M_u}{\frac{d_2}{2} \cdot \tan(\psi + \varphi') + f_M \cdot \frac{S_k + d_d}{4}} = \frac{135000 \pm 15000}{\frac{20,701}{2} \cdot \tan(1,76 + 7,89) + 0,17 \cdot \frac{34 + 28}{4}}$$

$$F_o = 30,72 \pm 3,41 \text{ kN}, \quad (6.2.4)$$

dostaneme interval dovolených hodnot. Tato práce se nezabývá návrhem šroubového spoje ani určení velikosti předepínací síly. Můžeme si tedy zvolit nejvyšší hodnotu z intervalu 6.2.4 a zaokrouhlit ji pro přehlednost na nejbližší vyšší hodnotu

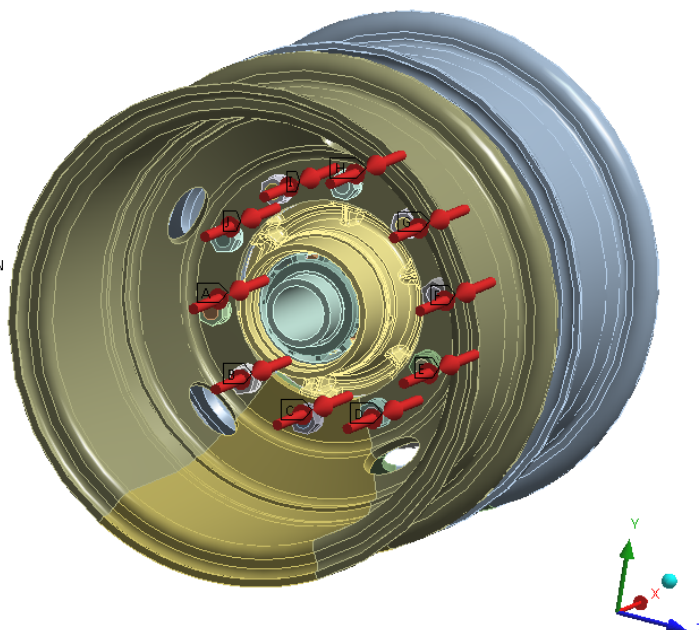
$$F_o = 35\,000 \text{ N}. \quad (6.2.5)$$

Všech deset šroubových spojů bude předepnuto konstantní hodnotou síly F_o znázorněnou na obr.6.h.

Bolt Pretension 10

Time: 1, s
10.4.2011 18:26

- A** Bolt Pretension: 35000 N
- B** Bolt Pretension 2: 35000 N
- C** Bolt Pretension 3: 35000 N
- D** Bolt Pretension 4: 35000 N
- E** Bolt Pretension 5: 35000 N
- F** Bolt Pretension 6: 35000 N
- G** Bolt Pretension 7: 35000 N
- H** Bolt Pretension 8: 35000 N
- I** Bolt Pretension 9: 35000 N
- J** Bolt Pretension 10: 35000 N

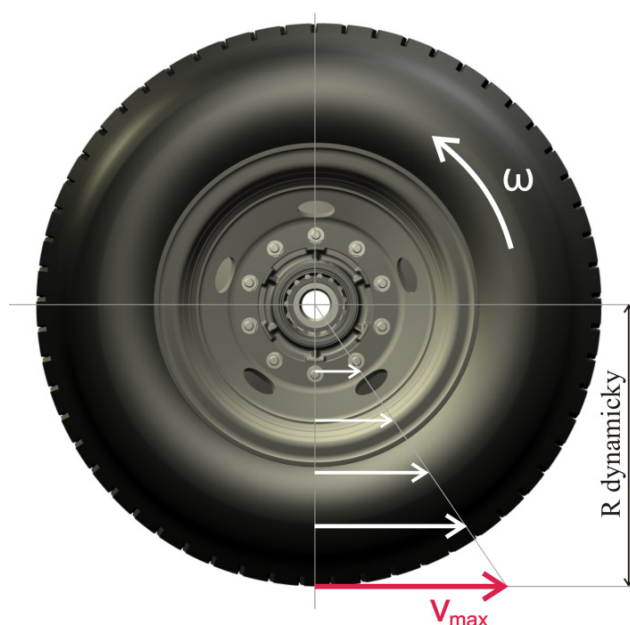


Obr. 6.h – Aplikace předpětí ve šroubech na válcovou část dřiku všech deseti šroubu

6.3 VÝPOČET ÚHLOVÉ RYCHLOSTI PRO STANOVENÍ VLIVU ODSŘEDIVÉ SÍLY NA ROTUJÍCÍ SOUSTAVU

Nákladní automobil je schopen vyvinout rychlost přesahující $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Předpokládejme však, že se automobil bude pohybovat maximální dovolenou rychlostí $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ($25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). Obvodová rychlost (obr. 6.j) je závislá na dynamickém poloměru pneumatiky a z jeho velikostí lineárně stoupá, jak je tomu znázorněno na obr 6.i. Stanovíme-li maximální rychlost

$$v_{\max} = \omega \cdot R_d \quad (6.3.1)$$

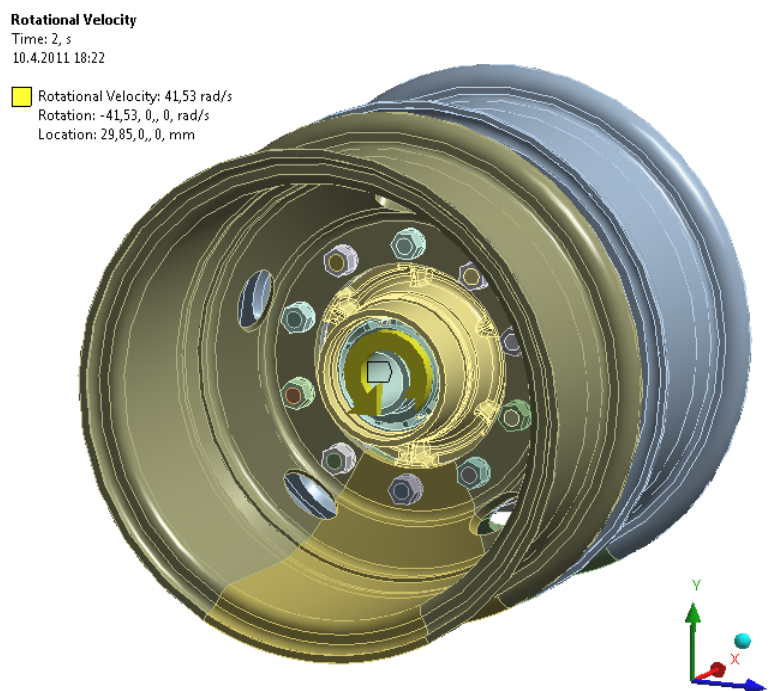


Obr. 6.i – Rozložení obvodové rychlosti v závislosti na dynamickém poloměru pneumatiky

a vyjádříme z rovnice 6.3.1 rychlost úhlovou

$$\omega = \frac{v_{max}}{R_d} = \frac{25}{0,602} = \mathbf{41,53 \text{ s}^{-1}}, \quad (6.3.2)$$

dostaneme konstantní hodnotu, podle které se řídí obvodová rychlost všech bodů na kole. Odstředivá síla je poté přímo úměrná druhé mocnině úhlové rychlosti, hmotnosti a vzdálenosti elementu od osy rotace.



Obr. 6.j – Aplikace úhlové rychlosti pro výpočet vlivu odstředivé síly na zadní nápravu

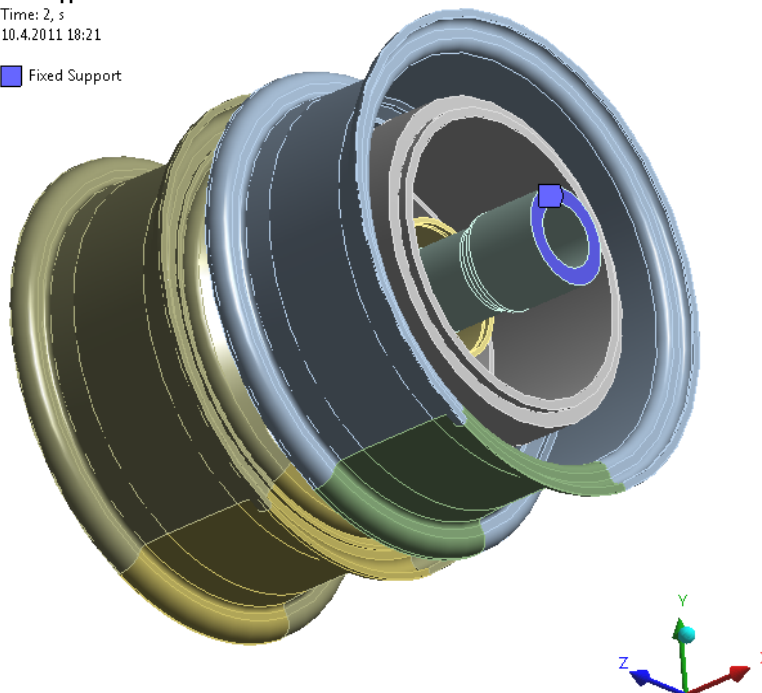
6.4 STANOVENÍ OKRAJOVÝCH PODMÍNEK

V našem případě se jedná o trojrozměrnou úlohu, kde každé součásti sestavy náleží v prostoru šest stupňů volnosti. Jsou to posuvy ve všech třech na sebe kolmých směrech a rotace okolo každé osy. V metodě konečných prvků musíme všechny tyto stupně volnosti odebrat pomocí vazby, jinak nelze model dopočítat. Není nutné jakkoli předepisovat fixaci náboje. Poloha je stabilně vymezena ložisky, jak je tomu uvedeno v popisu zařízení. Vetkneme tedy pouze konec nosné osy dostatečně vzdálený od ložisek (obr. 6.k). Sestavu jsme v bodě 6 zatížili maximálním krouticím momentem od motoru a styk pneumatiky s vozovkou simulovali pomocí reakční síly stejného momentového účinku, ale opačného směru. I když jsou silové poměry v sestavě vyrovnané, je zapotřebí, zamezit náboji natáčení okolo své vlastní osy rotace. Tato okrajová podmínka je pouze symbolická, bez ní by však výpočet nekonvergoval. Musíme ji přepsat pro místo náboje, které žádným způsobem neovlivní výsledky. Pro výpočet bylo použito způsobů zadání vazby pouze na křivku vnější hrany náboje zobrazeného na obr. 6.l. Takto zadaná okrajová podmínka musí být v každém případě vyhodnocena a vykreslena její momentová reakce.

Fixed Support

Time: 2, s
10.4.2011 18:21

Fixed Support

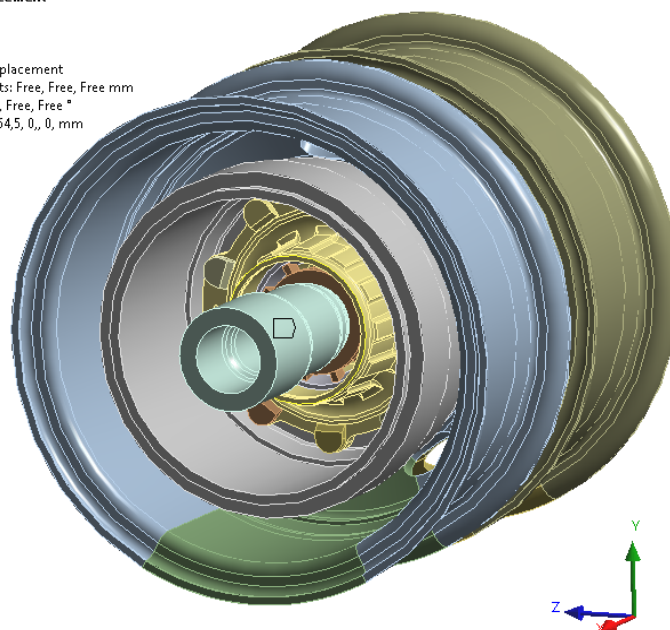


Obr. 6.k – Vetknutí konce nosné osy

Remote Displacement

Time: 1, s
10.4.2011 18:26

Remote Displacement
Components: Free, Free, Free mm
Rotation: 0, Free, Free °
Location: 264,5, 0, 0, mm



Obr. 6.l – Zamezení rotace soustavy okolo osy x na vnější hraně náboje

6.5 STANOVENÍ POUŽITÝCH MATERIÁLŮ

Náboj zadní nápravy je podle technické dokumentace vyroben z *feriticko-perlitické tvárné litiny ČSN 42 2305*. Materiál brzdového bubnu byl konzultován s vedoucím bakalářské práce a určen jako *litina s lupínkovým grafitem ČSN 42 1241*. Ostatní součásti zadní nápravy jsou vyrobeny z konstrukční oceli blíže neurčených vlastností. Pro výpočet můžeme zvolit běžné materiálové vlastnosti oceli. Bez dovolených hodnot však nebude možné vyhodnotit bezpečnost

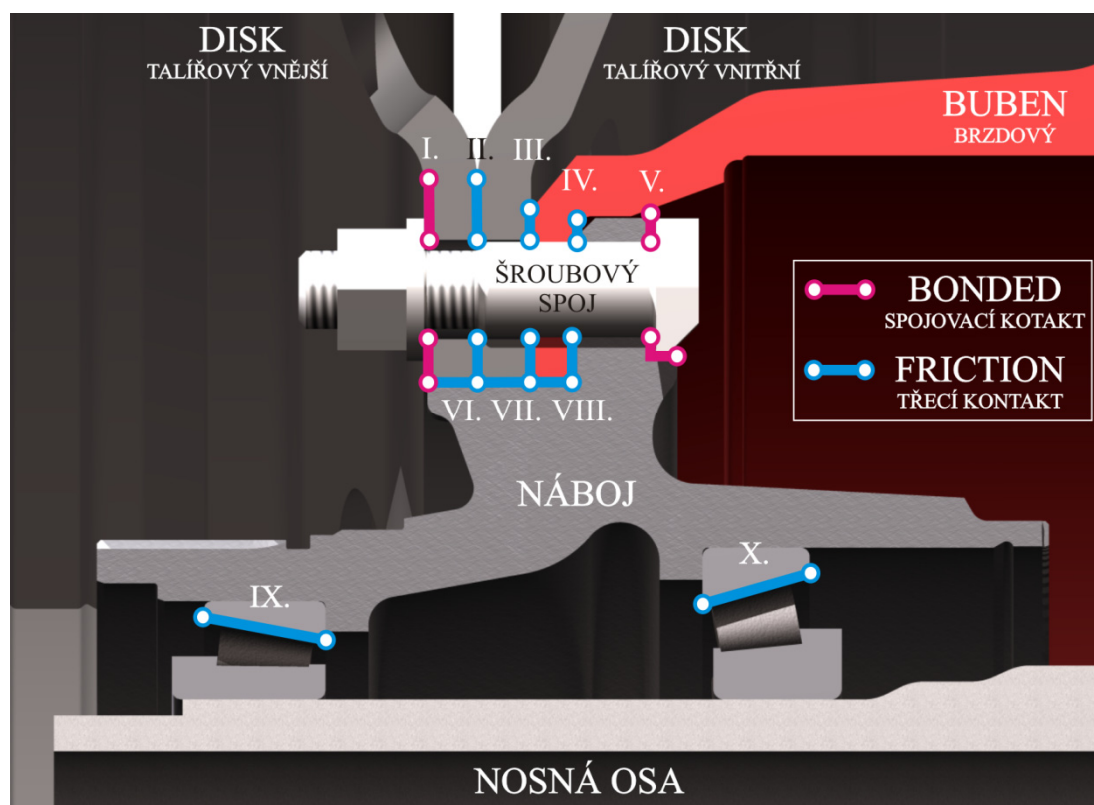
vůči maximálnímu napětí. Všechny známé materiálové vlastnosti jednotlivých slitin potřebné pro lineární statickou analýzu jsou přehledně zobrazeny v *tabulce 6.a*.

MATERIÁL	MODUL PRUŽNOSTI V TAHU	ČÍSLO POISSONOVO	MEZ KLUZU	MEZ PEVNOSTI
LITINA ČSN 42 2305	169 GPa	0,275	320 MPa	500 MPa
LITINA ČSN 42 1241	110 GPa	0,280	–	–
KONSTRUKČNÍ OCEL	210 GPa	0,300	–	–

Tab. 6.a – Materiálové vlastnosti použitých slitin

6.6 STANOVENÍ KONTAKNÍCH PLOCH A SMYKOVÉHO TŘENÍ

Celá zjednodušená sestava zadní nápravy se skládá z mnoha součástí, kterým je zapotřebí předepsat vzájemné kontaktní vazby. Ve skutečnosti jsou všechny kontaktní plochy třecí - schopny přenést pouze tlak (nulová hodnota tlaku by znamenala oddělení těles). V našem případě je zapotřebí zjednodušit úlohu a nahradit dvacet třecích kontaktů v místech styku šroubového spoje s nábojem a vnějším talířovým diskem deformovatelnými spojovacími kontakty (zobrazené růžovou barvou na *obr. 6.m*).



Obr. 6.m – Grafické zvýraznění kontaktních míst na skutečném modelu

Pro snadnější výpočet bylo zavedeno několik dalších zjednodušení. Každý šroubový spoj je ve výpočtu brán pouze jako jedna součást. Znamená to tedy, že libovolný šroub je s příslušnou maticí pevně spojen v jeden prvek sestavy, aniž by bylo použito kontaktních nastavení mezi spoji. Také náboj kola s vnějšími kroužky ložisek tvoří jeden celek, protože jsou na něj ve skutečnosti kroužky nalisovány. Toto zjednodušení bylo podobně použito u nosné osy, které náleží pevně spojení s vnitřními kroužky a jejich valivými elementy. Na takto propojenou sestavu byly poté zadány třecí kontakty zobrazené modrou barvou na *obr. 6.m.* Pro řešení třecích kontaktních ploch byla zvolena Rozšířená Lagrangeho metoda (Augmented Lagrange). Součinitele suchého smykového tření byly vyhledány ve strojnických tabulkách [15] jako styky materiálů uvedených v *tabulce 6.a.* Pouze součinitel smykového tření valivých elementů ložisek s vnějšími kroužky (velice nízký) byl stanoven odborným odhadem jako $f = 0,01$. Přehled všech kontaktních těles s uvedením součinitele smykového tření je uveden v *tabulce 6.b.*

SOUČÁST	NÁBOJ S VNĚJŠÍMI KROUŽKY	BRZDOVÝ BUBEN	TALÍŘOVÝ DISK VNITŘNÍ	TALÍŘOVÝ DISK VNĚJŠÍ	ŠROUBOVÝ SPOJ	NOSNÁ OSA S VALIVÝMI ELEMENTY
NÁBOJ S VNĚJŠÍMI KROUŽKY	-	TŘECÍ KONTAKT $f = 0,25$ IV., VIII.	TŘECÍ KONTAKT $f = 0,20$ VII.	TŘECÍ KONTAKT $f = 0,20$ VI.	SPOJENO (BONDED) V.	TŘECÍ KONTAKT $f = 0,01$ IX., X
BRZDOVÝ BUBEN	TŘECÍ KONTAKT $f = 0,25$ IV., VIII.	-	TŘECÍ KONTAKT $f = 0,20$ III.	-	-	-
TALÍŘOVÝ DISK VNITŘNÍ	TŘECÍ KONTAKT $f = 0,20$ VII.	TŘECÍ KONTAKT $f = 0,20$ III.	-	TŘECÍ KONTAKT $f = 0,15$ II.	-	-
TALÍŘOVÝ DISK VNĚJŠÍ	TŘECÍ KONTAKT $f = 0,20$ VI.	-	TŘECÍ KONTAKT $f = 0,15$ II.	-	SPOJENO (BONDED) I.	-
ŠROUBOVÝ SPOJ	SPOJENO (BONDED) V.	-	-	SPOJENO (BONDED) I.	-	-
NOSNÁ OSA S VALIVÝMI ELEMENTY	TŘECÍ KONTAKT $f = 0,01$ IX., X	-	-	-	-	-

Tab. 6.b – Kontaktní tabulka s hodnotami součinitelů suchého smykového tření a tření v ložiscích

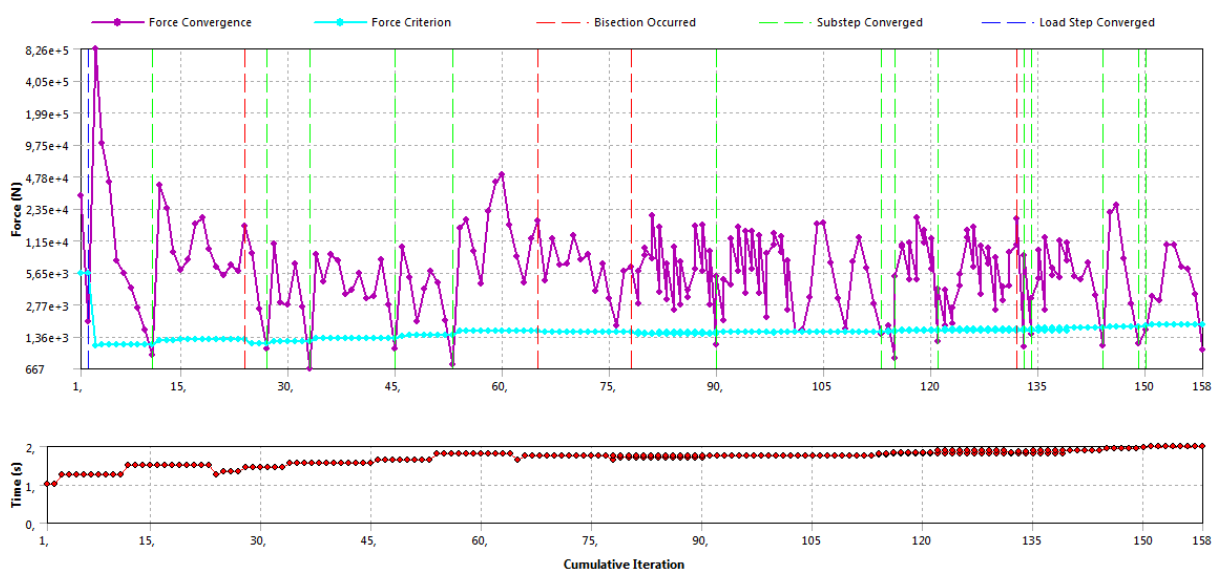
6.7 NASTAVENÍ ŘEŠIČE

Výpočet bylo zapotřebí rozdělit na dva kroky z důvodu použití třecích kontaktů mezi tělesy sevřenými šroubovými spoji (*obr. 6.m*). V prvním kroku se tak předepnou všechny součásti, jejichž kontaktní plochy jsou na *obr. 6.m* popsány *pozici I. - VIII*. V druhém kroku jsou na sestavu aplikovány ostatní složky zatížení pospané v *bodě 6* (předpětí je pro druhý krok uzamknuto, aby nezačalo znovu působit od nulové hodnoty a kontaktní tělesa se neoddělily). Druhý krok byl rozdělen na patnáct částí, aby byla úloha schopná konvergence. Sestavu se podařilo dopočítat s jednocentní chybou. Významné hodnoty nastavení jsou prezentovány v *tab. 6.c*, ostatní parametry je možné vyhledat na přiloženém optickém disku.

PARAMETR	HODNOTA
POČET ZATĚŽUJÍCÍCH KROKŮ (LOAD STEP)	2
POČET MEZIKROKŮ V JEDNOM KROKU (SUBSTEP)	15
TOLERANCE SILOVÉ KONVERGENCE (TOLERANCE - FORCE CONVERGENCE)	1%
CELKOVÝ POČET ITERACÍ VÝPOČTU (ITERATION NUMBER)	158

Tab. 6.c – Důležité parametry nastavení řešiče a zjištěný počet potřebných iterací

Průběh výpočtu (křivku průběhu silové konvergence) je možné pozorovat na *obr. 6.n*. K dosažení výsledků bylo zapotřebí 158 iterací.

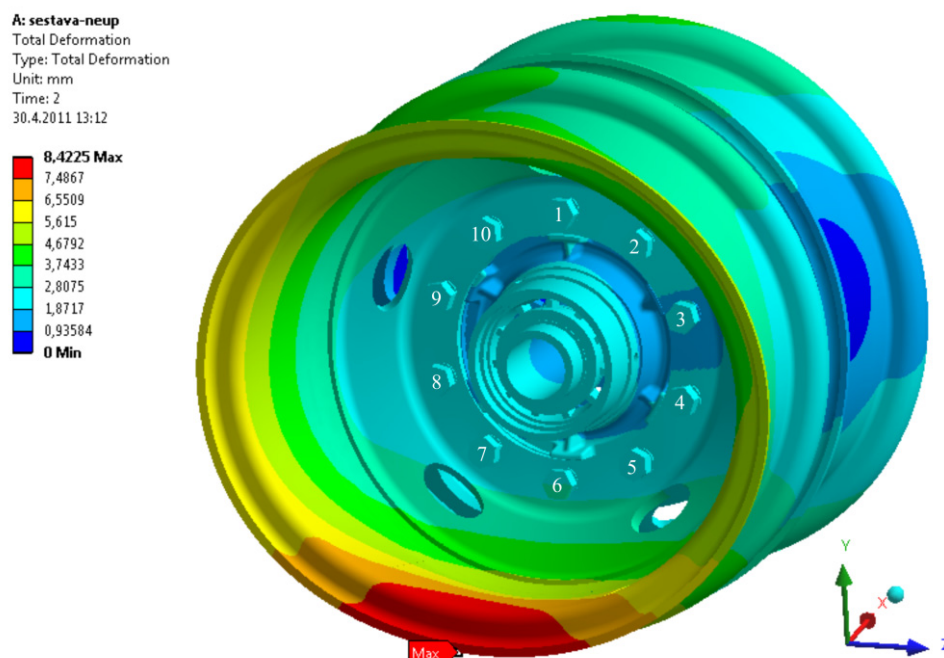


Obr. 6.n – Křivka průběhu silové konvergence

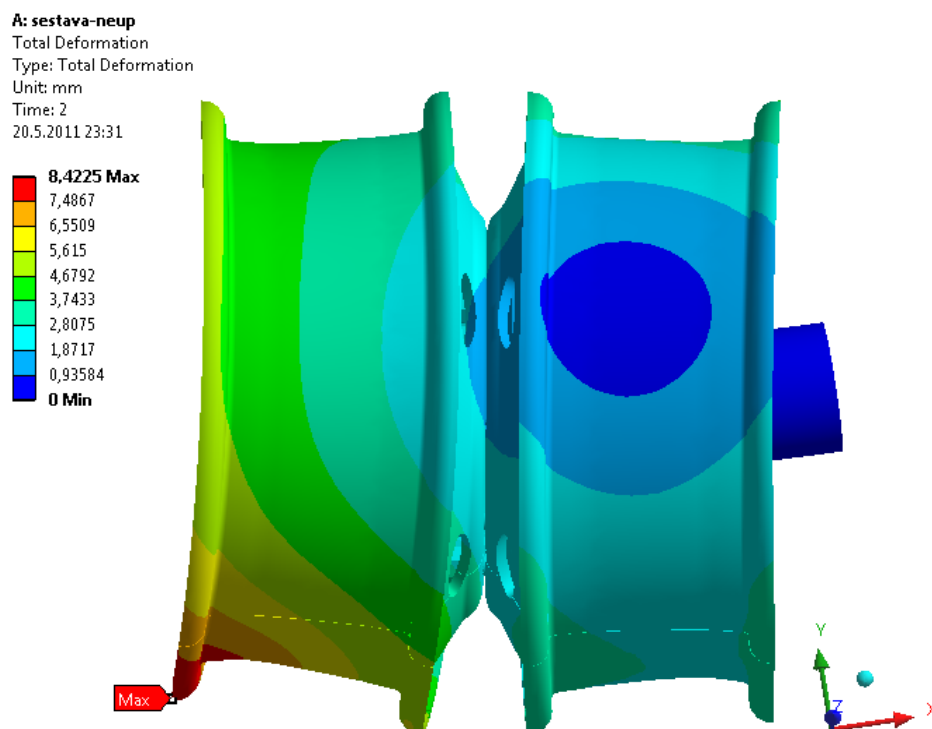
7. VYHODNOCENÍ VÝPOČTU

7.1 VYHODNOCENÍ CELKOVÉHO POSUNUTÍ ZADNÍ NÁPRAVY

Maximálních hodnot celkového posunutí ($8,42 \text{ mm}$) dosahuje okraj vnějšího talířového disku, což je možné vidět z *obr. 7.a*.

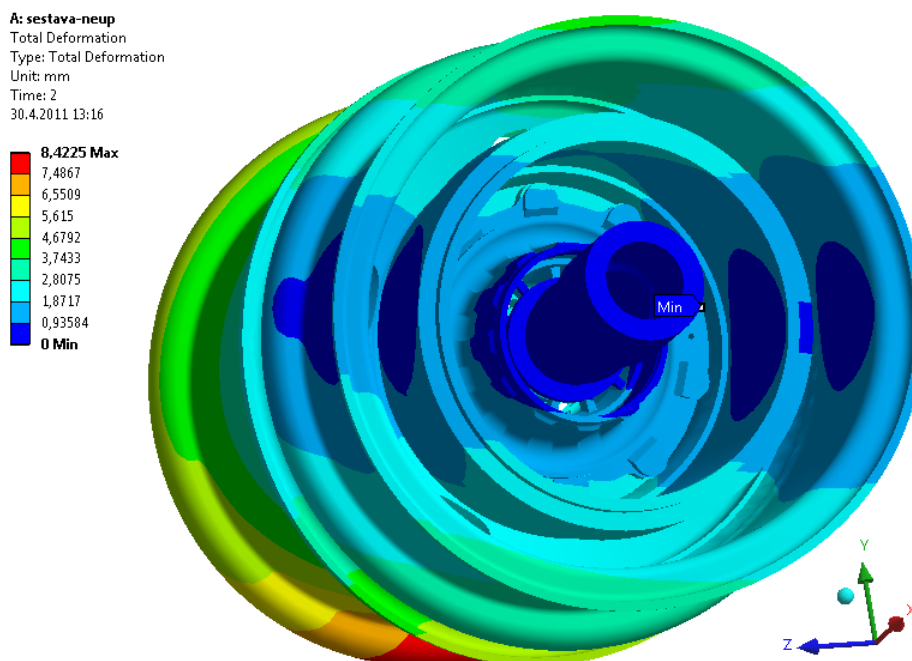


Obr. 7.a – Celková posunutí zjednodušené zadní nápravy z vnějšího pohledu ($17\times$ zvětšeno)



Obr. 7.b – Celková posunutí zjednodušené zadní nápravy z bočního pohledu ($17\times$ zvětšeno)

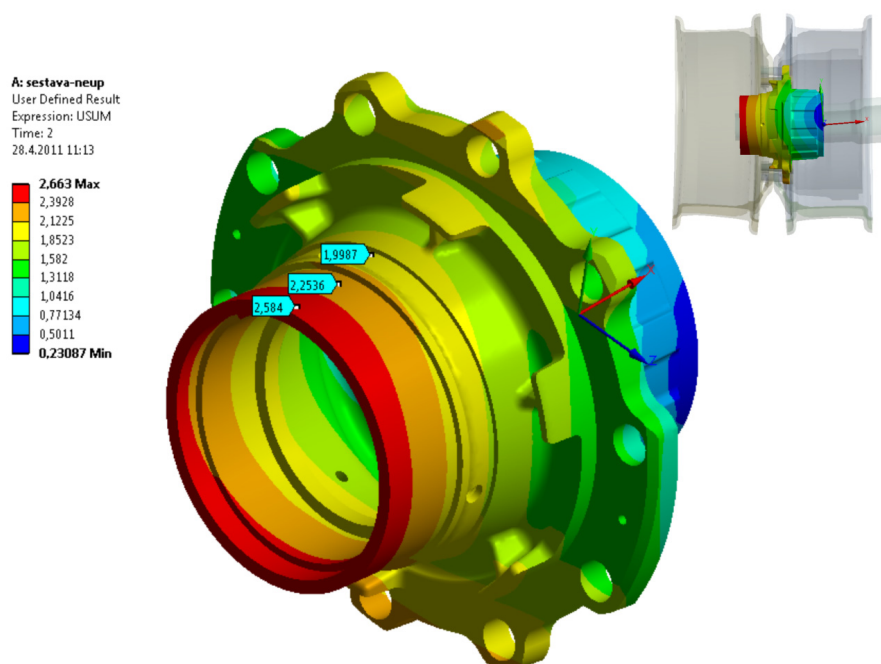
Natočením sestavy viditelným na *obr. 7.b* lze pozorovat podobné deformace obou talířových disků. Zadané silové účinky se podařilo rovnoměrně rozdělit tak, aby působily obdobně na oba disky. Pohledem na vnitřní část zadní nápravy zobrazeným na *obr. 7.c* můžeme usoudit minimální celkové posunutí vnitřního disku a hřídele ve vodorovném směru.



Obr. 7.c – Celkové posunutí zjednodušené zadní nápravy z vnitřního pohledu (17× zvětšeno)

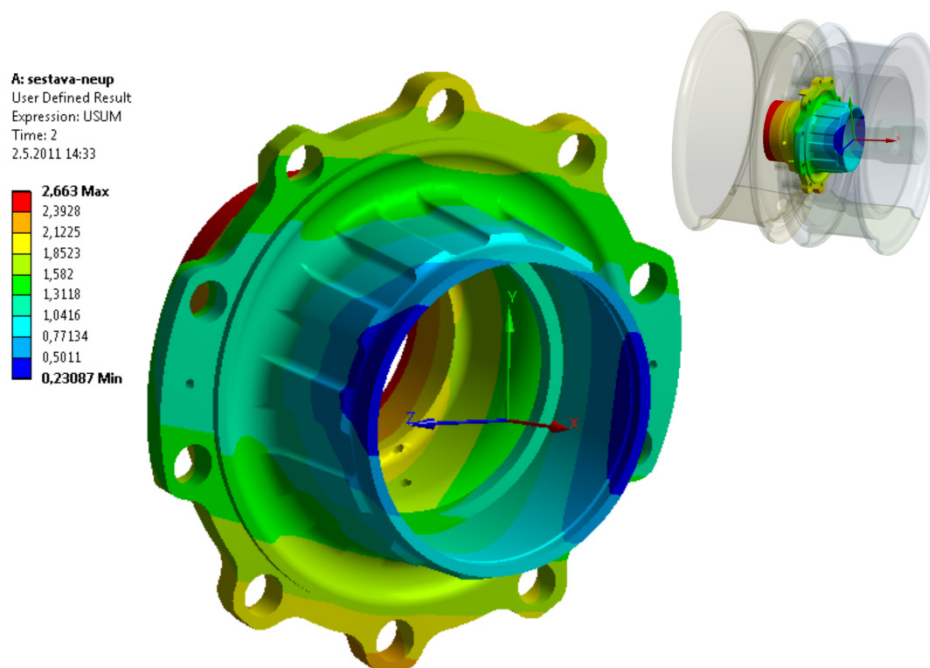
7.2 VYHODNOCENÍ CELKOVÉHO POSUNUTÍ NÁBOJE

Náboj zadní nápravy má snahu ohýbat se okolo osy z, jak je znázorněno na *obr 7.d*.



Obr. 7.d – Celkové posunutí náboje z vnějšího pohledu (17× zvětšeno)

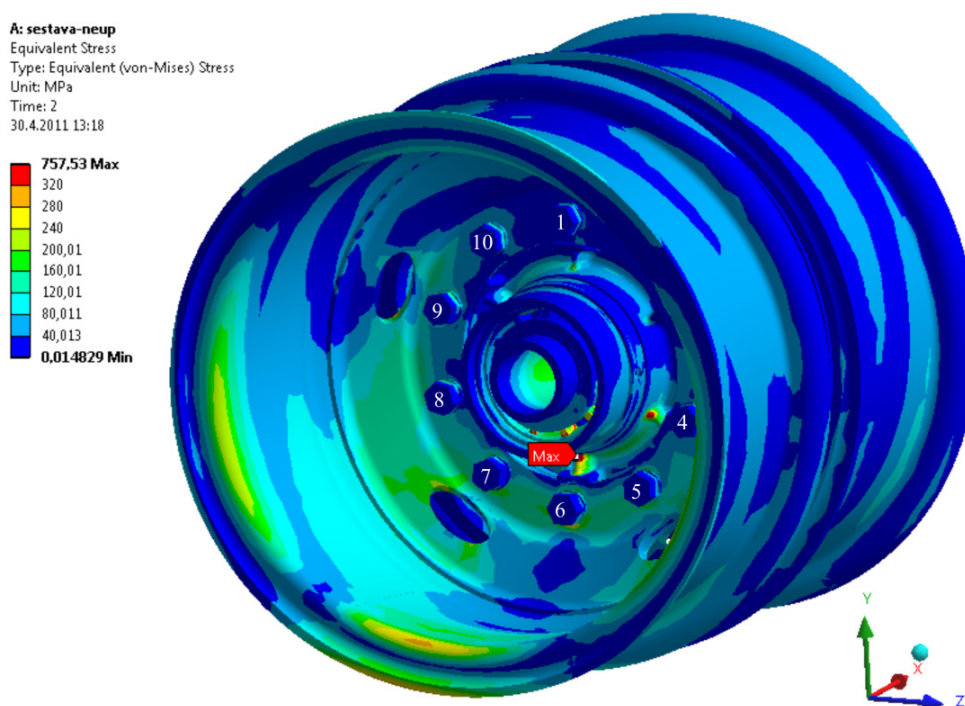
Maximální celkové posunutí o hodnotě $2,66 \text{ mm}$ se nachází v místě evolventního drážkování. Z vnitřního pohledu (obr. 7.e) je možné pozorovat mírné protáhnutí podél osy y a následný eliptický tvar otvoru pro ložiska.



Obr. 7.e – Celkové posunutí náboje z vnitřního pohledu ($17\times$ zvětšeno)

7.3 VYHODNOCENÍ NAPĚŤOVÝCH POLÍ ZADNÍ NÁPRAVY

Vykreslením napěťovým polí na zjednodušené zadní nápravě získáme přehled o nejkritičtějších místech sestavy.

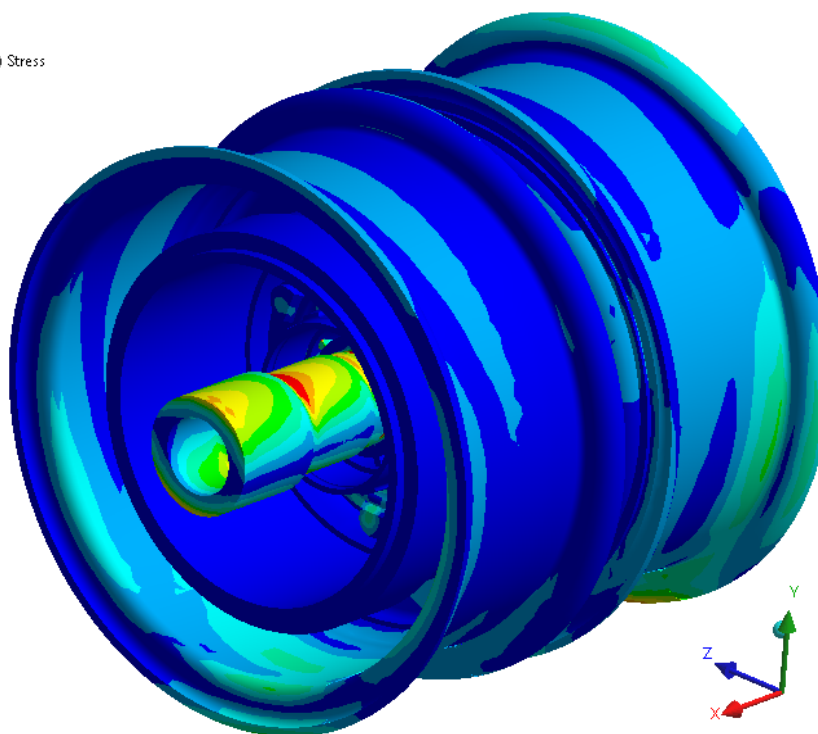


Obr. 7.f – Redukované napětí dle metody HMM z vnějšího pohledu na zadní nápravu

Pohledem na *obr. 7.f* lze určit maximální napětí ve výztuhách náboje. Další velice namáhaným místem jsou kontaktní plochy při styku valivých elementů s vnějšími kroužky kuželíkových ložisek. Toto napětí však nelze vyhodnotit z důvodu úpravy stykových ploch a nedostatečně husté konenčoprvkové sítě. Významné napětí vlivem značného ohybového momentu se nachází na tvarových přechodech nosné osy (*obr. 7.g*). V těchto místech je však osa vyztužena speciální navařenou vložkou, což lze pozorovat na sestavném výkrese úplné zadní nápravy. Napětí bude ve skutečnosti mnohem menší.

A: sestava-neup
Equivalent Stress
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 2
27.4.2011 14:09

757,53 Max
320
280
240
200,01
160,01
120,01
80,011
40,013
0,014829 Min



Obr. 7.g – Redukované napětí dle metody HMM z vnitřního pohledu na zadní nápravu

7.4 VYHODNOCENÍ NAPĚŤOVÝCH POLÍ NÁBOJE

S ohledem na předchozí *bod 7.3* můžeme pozorovat maximální napětí v tvarovém přechodu výztuhy znázorněné na *obr. 7.h polem 4*. Jedná se o redukované napětí velikosti 758 MPa (HMH). Další přilehlé výztuhy také nevyhovují dovolenému napětí 320 MPa na mezi kluzu. Při použití lineárního statického výpočtu se na vnějších hranách náboje vyskytují napěťové špičky okolo 330 MPa (HMH), které jsou způsobeny čárovým stykem náboje s brzdovým bubnem. Podobný dotyk můžeme vidět na *obr. 7.k*, kde dochází ke kontaktu náboje s hlavami šroubů. Maximální hodnoty se v této oblasti nacházejí v okolí díry 6 (410 MPa; HMH), kde je ve skutečnosti sražená hrana, která byla odstraněna z důvodu složité geometrie. Detail toho místa je znázorněn na *obr 7.l*. V nadcházejícím výpočtu, který slouží pro modifikaci náboje, budou hrany srazeny a tyto extrémní by měly být eliminovány.

A: sestava-neup

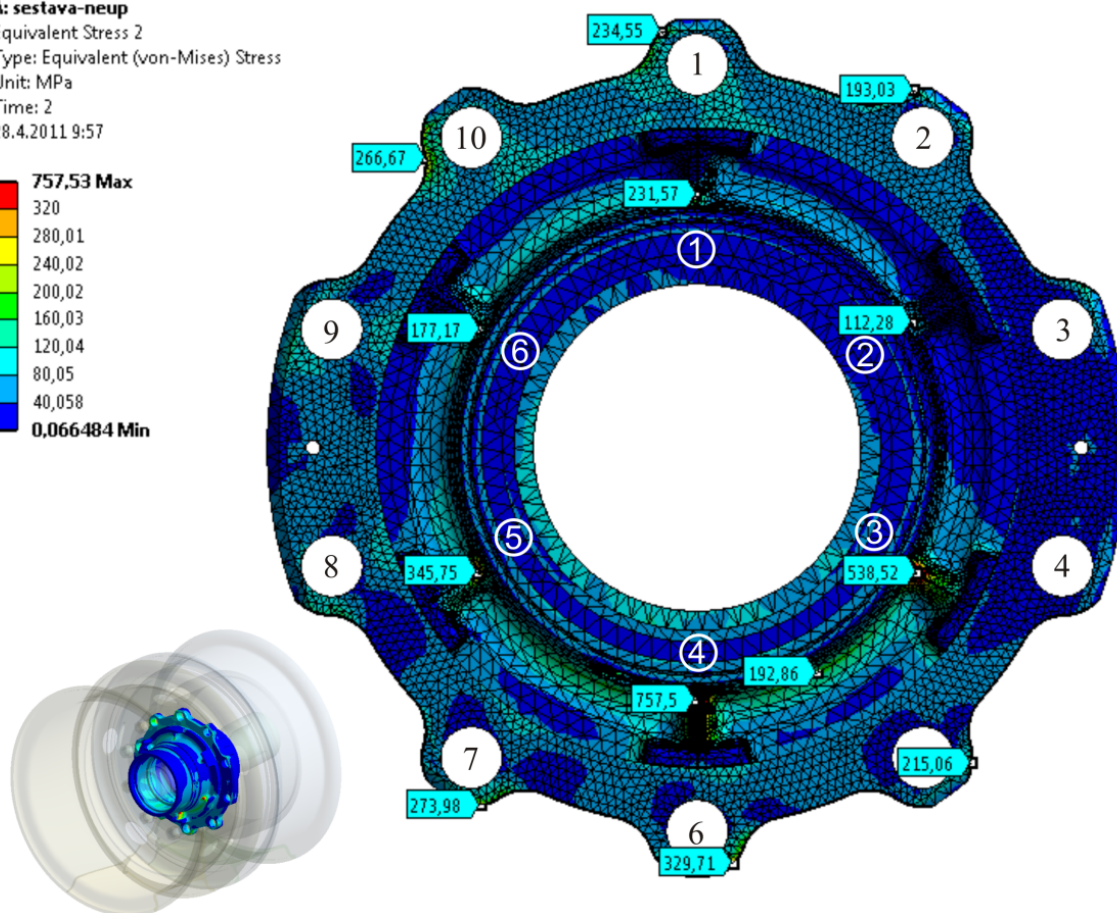
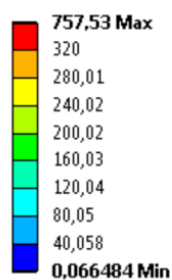
Equivalent Stress 2

Type: Equivalent (von-Mises) Stress

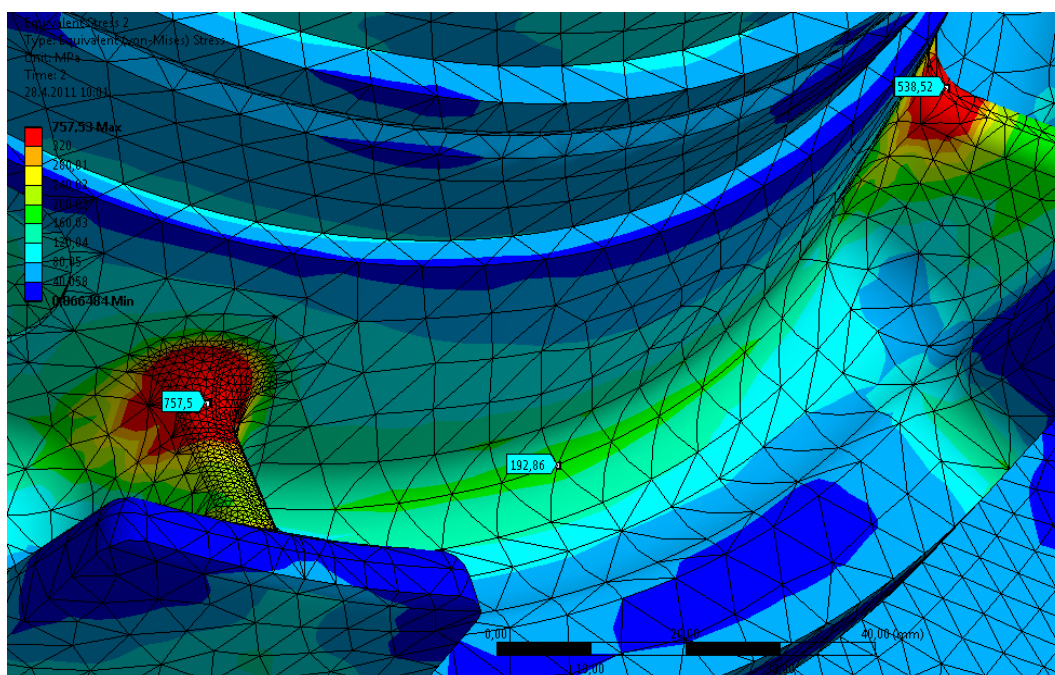
Unit: MPa

Time: 2

28.4.2011 9:57

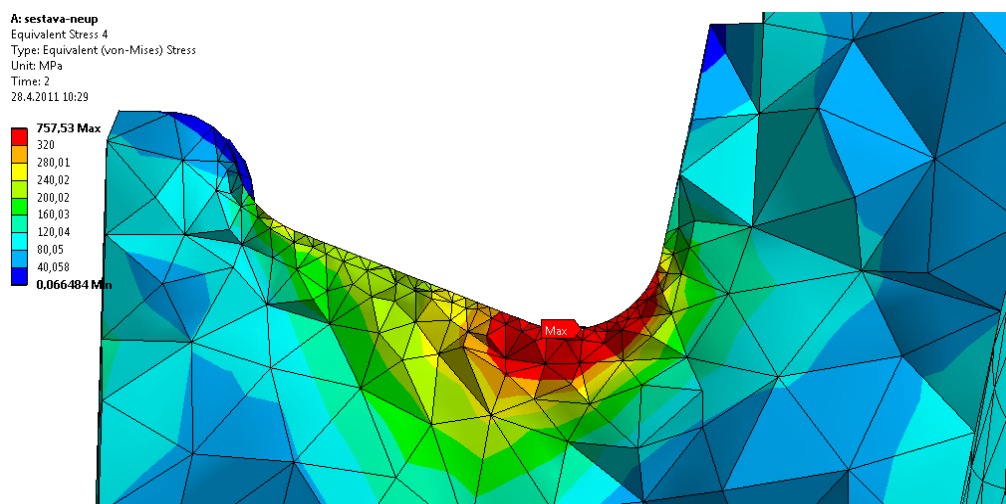


Obr. 7.h – Redukované napětí dle metody HMH vykreslené na náboji z vnějšího pohledu

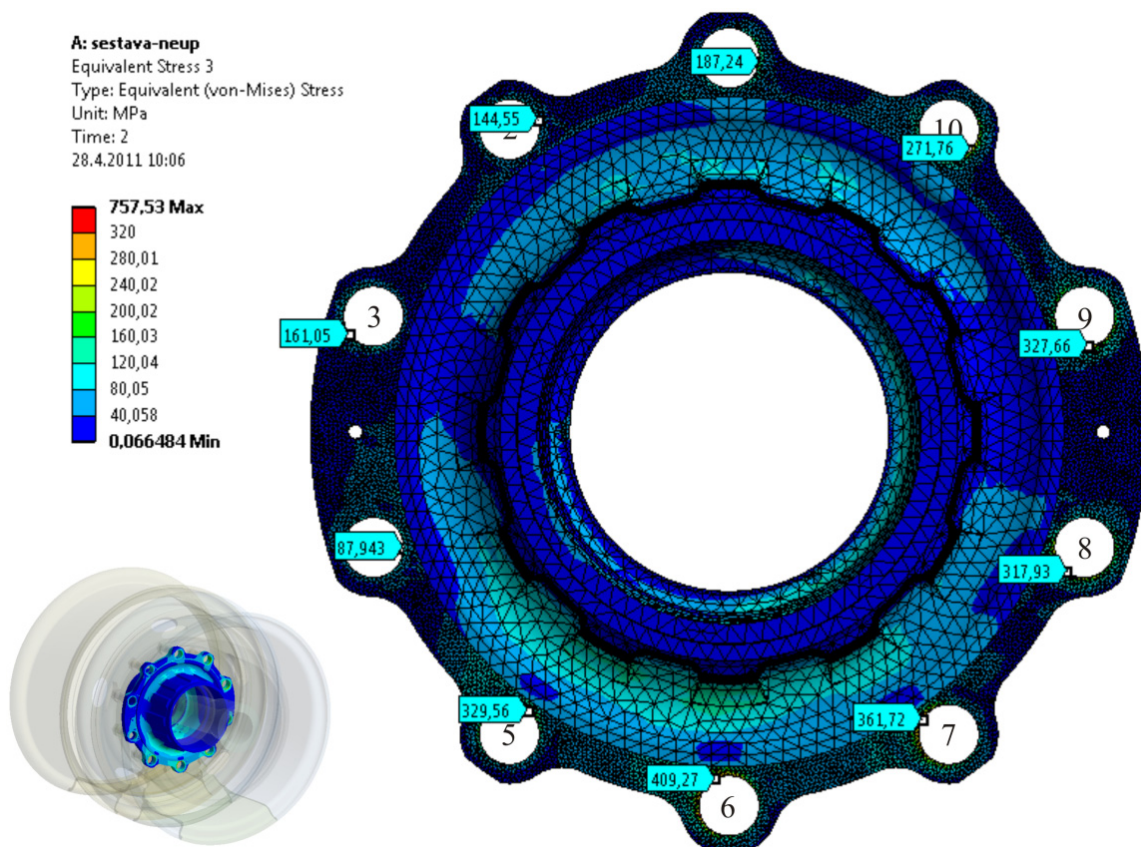


Obr. 7.i – Redukované napětí dle metody HMH vykreslené na detailu výztuh náboje

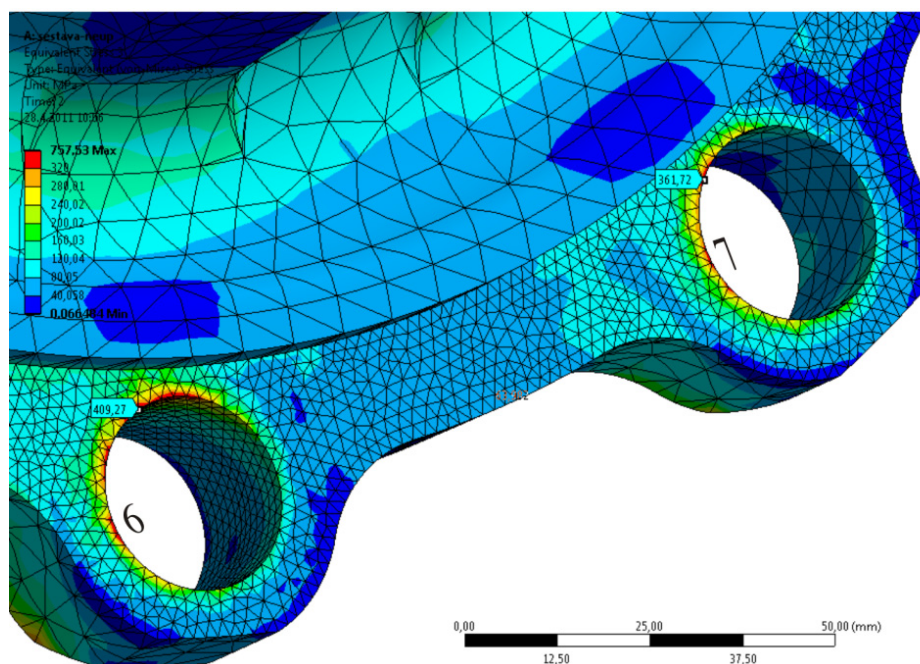
Detailní pohled na vyztužená místa náboje, kde vzniká největší napětí je znázorněn na *obr. 7.i*. Konečnoprvková síť je v těchto místech dostatečně hustá. Při pohledu na řez v místě maximálního napětí (*obr. 7.j*) si je možné ověřit, že je síť zjemněna do hloubky. Aby byl náboj rovnoměrně zatěžován a silové účinky přenášeny šrouby se v něm nekumulovaly, je zapotřebí několika úprav. V ideálním případě by se pod každým šroubovým spojem mělo nacházet zesílené místo.



Obr. 7.j – Redukované napětí dle metody HMH vykreslené na polovičním řezu výztuhy

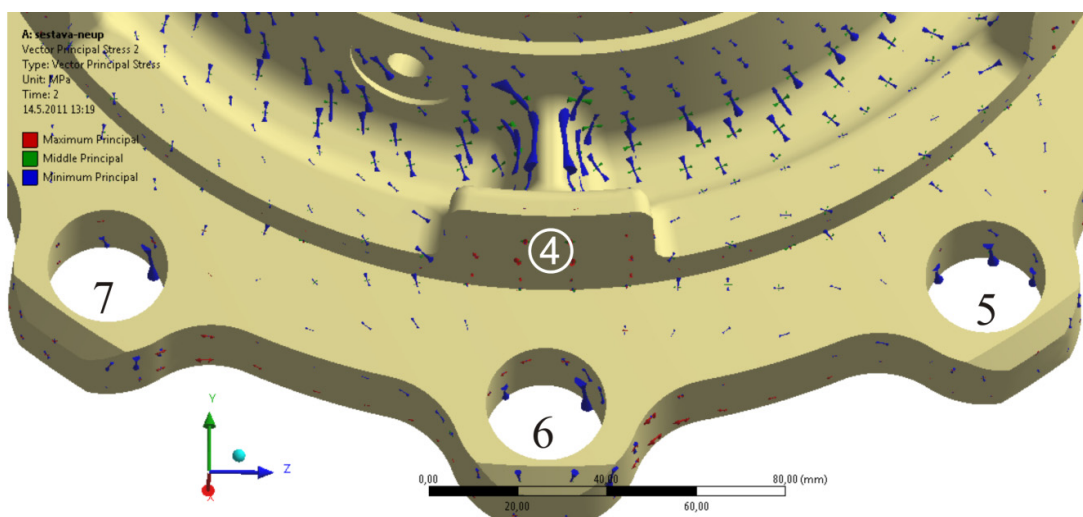


Obr. 7.k – Redukované napětí dle metody HMH vykreslené na náboji z vnějšího pohledu



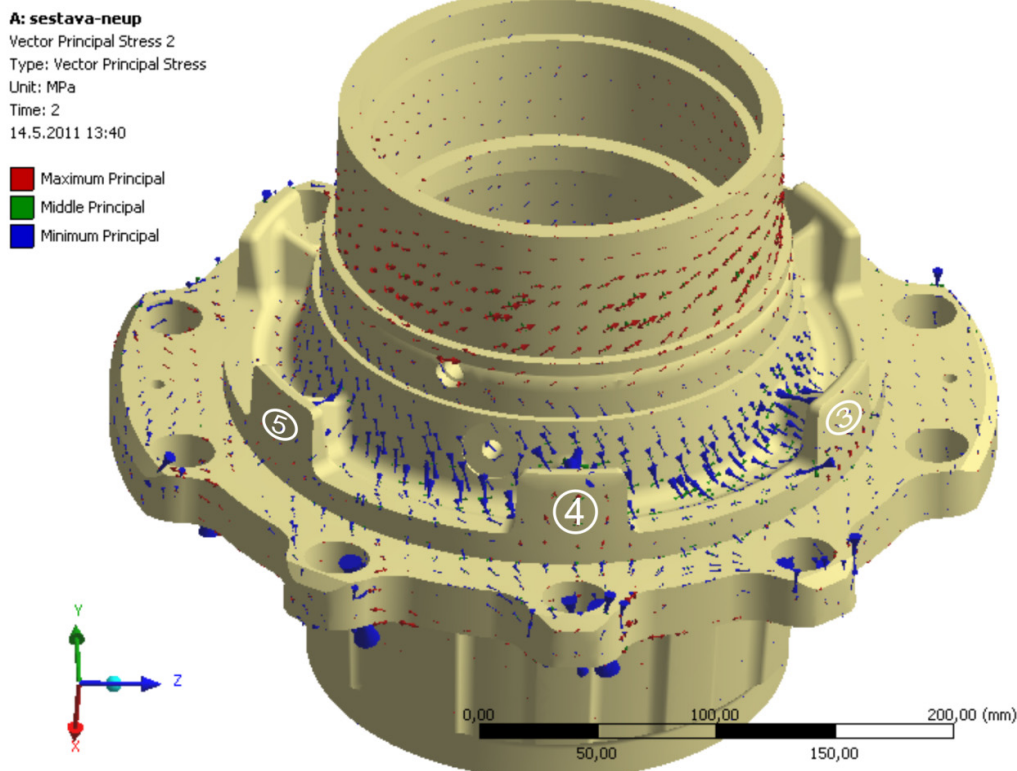
Obr. 7.1 – Redukované napětí dle metody HMH vykreslené na detailu kontaktu šroubů a náboje

Úplnou představu o napjatosti v kritických místech náboje (jedná-li se o tah nebo tlak) lze doložit vykreslením směru dominantní složky hlavních napětí. Na obr. 7.m a obr. 7.n lze určit a barevně rozlišit první hlavní napětí znázorněné červenými šipkami, druhé hlavní napětí označené zelenými šipkami a také třetí hlavní napětí znázorněné modrými šipkami. Kritické napětí ve výztuze 4 je podle obr. 7.m tlakové, což je výhodné, protože materiálem náboje je litina. Převládá zde radiální složka napětí, protože směr dominantního třetího hlavního napětí je kolmý k ose rotace náboje (shodná s osou x, ve které působí maximální krouticí moment od motoru).



Obr. 7.m – Vykreslení směrů hlavních napětí na detailu nejnamáhavější výztuhy náboje

Svírá-li směr dominantního hlavního napětí s osou rotace úhel blízký 45° , jedná se o namáhání krutem, které se vyskytuje (podle obr. 7.n) v místě evolventního drážkování a také v okolí výztuh.



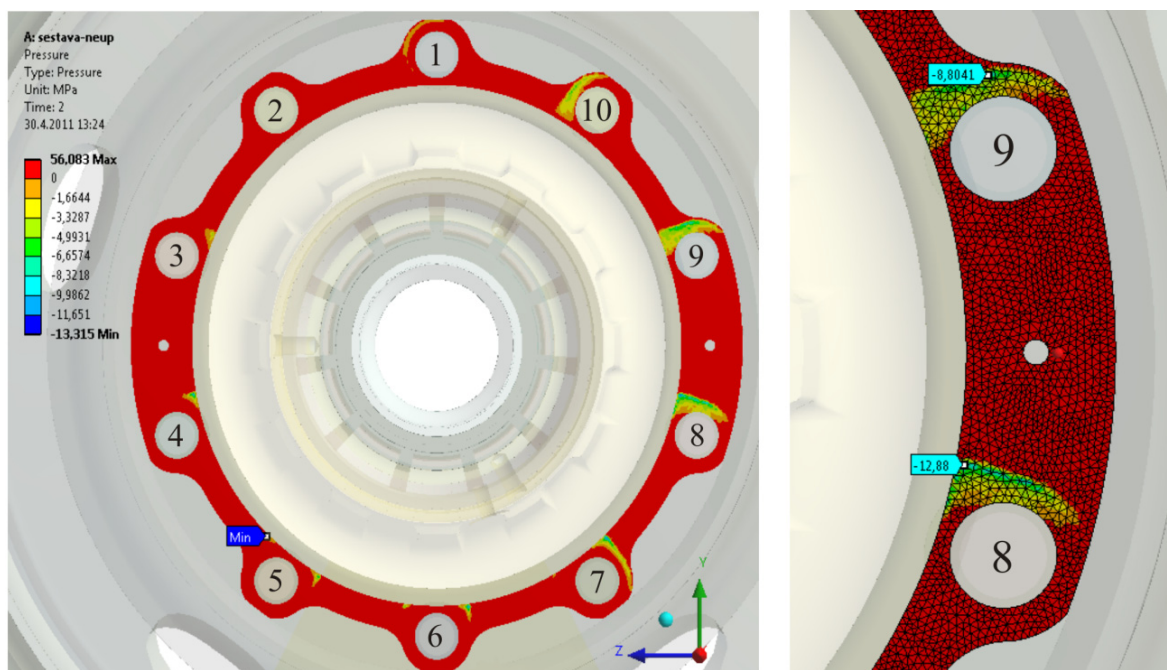
Obr. 7.n – Vykreslení směrů hlavních napětí na vnějším spodním pohledu náboje

7.5 VYHODNOCENÍ KONTAKNÍCH PLOCH

Při řešení kontaktní úlohy je zapotřebí vyhodnotit kontaktní oblast a parametry kontaktního povrchu. Kontaktní oblast je nutné zkontrolovat u všech deformovatelných spojovacích kontaktů (bonded), které jsou schopny přenést i tahové síly. Tato vlastnost zjednodušuje výpočet, ale vnáší do něj chybu. Třecí kontakty již ze své podstaty přenášejí pouze síly tlakové, nikoliv tahové. Zde je důležité vyhodnotit prostup uzlů kontaktního povrchu do povrchu cílového - penetraci (penetration) a analyzovat, v jakých místech se součásti dotýkají.

7.5.1 KONTAKNÍ PLOCHA MEZI ŠROUBOVÝMI SPOJI A NÁBOJEM

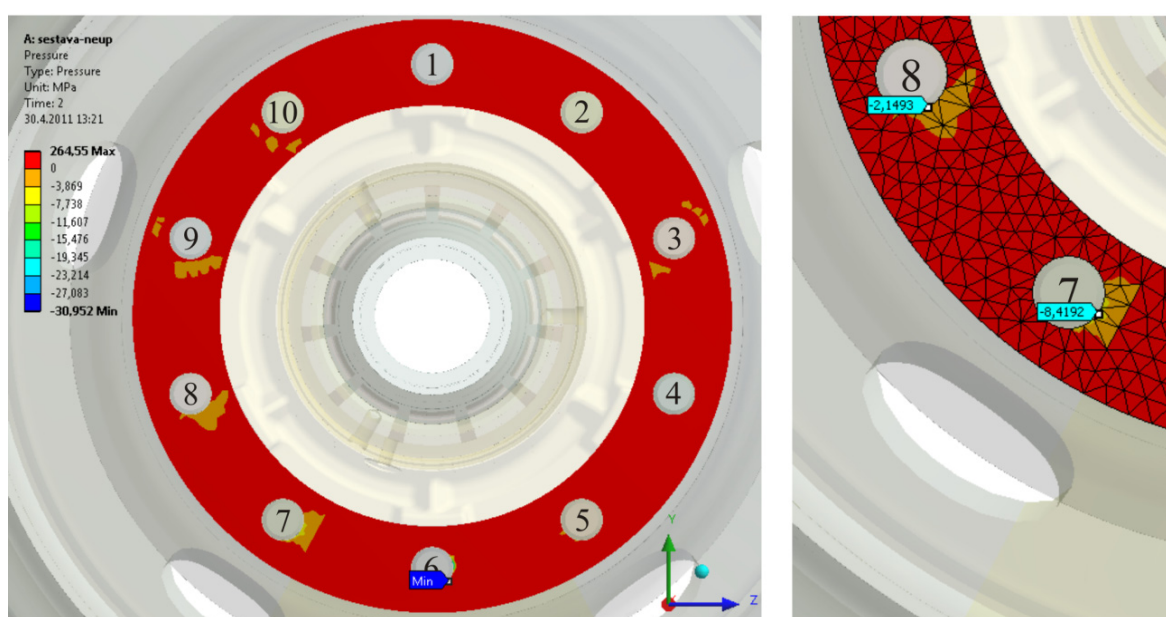
Hlavy šroubů opírající se o náboj vytvářejí kontaktní plochu označenou na *obr. 6.m položkou V*. Pro tuto oblast byl předepsán kontakt typu BONDED, jak je tomu popsáno v *bodu 6.6*. Vykreslením tlakového napětí mezi součástmi znázorněného červeně na *obr. 7.m* můžeme pozorovat převážně správné chování kontaktu. Ostatní barvy v *obr. 7.m* symbolizují záporné tlakové napětí (přenos tahových sil), které je vyhodnoceno jako zanedbatelné. Maximálních záporných hodnot tlaku 14 MPa dosahuje pouze styk náboje s ostrými hranami hlav šroubů. Detailním pohledem na *obr. 7.m* můžeme sledovat výrazněji ovlivněné plochy vykreslené modrozelenou barvou okolo *děr 8 a 9*. Úbytek záporného tlakového napětí je znázorněn světlejší barvou. Tyto místa nejsou v porovnání velikosti s ostatními kontaktními plochami výrazné.



Obr. 7.m – Průběh tlaku v kontaktu mezi šroubovými spoji a nábojem a jeho detail (V.)

7.5.2 KONTAKNÍ PLOCHA MEZI ŠROUBOVÝMI SPOJI A VNĚJŠÍM DISKEM

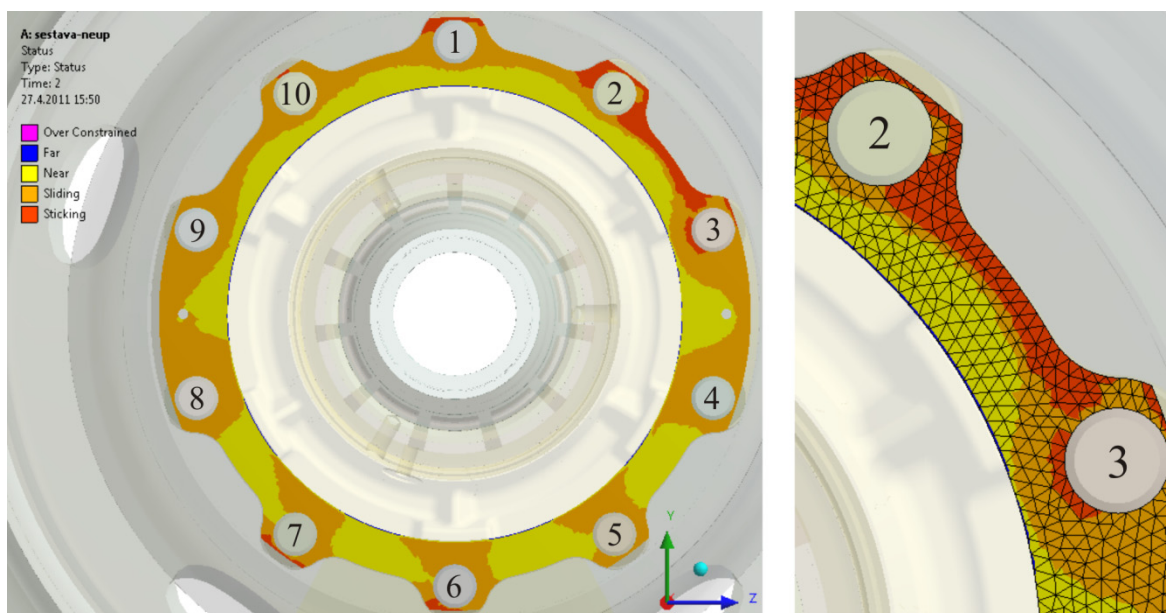
Tato plocha, na níž dochází ke kontaktu matic s vnějším talířovým diskem, je znázorněna na obr. 6.m pozici I. a je zde předepsáno spojení součástí za pomoci *BONDED* kontaktu. Největší záporné tlakové napětí o hodnotě 30,95 MPa se nachází na okraji hrany díry pro šroub 6. Významnějšími místy s rozloženým záporným tlakovým napětím jsou však okolí děr 7, 8 a 9. Příslušné části šroubových spojení jsou podle obr. 7.m a 7.n ve skutečnosti odlehčeny, hodnoty jsou však minimální.



Obr. 7.n – Průběh tlaku v kontaktu mezi šroubovými spoji a vnějším diskem (I.)

7.5.3 KONTAKNÍ PLOCHA MEZI BRZDOVÝM BUBNEM A NÁBOJEM

Analyzované místo, které tvoří kontakt brzdového bubnu s nábojem kola, je na *obr. 6.m* znázorněno *pozicí IV*.



Obr. 7.o – Stav třecího kontaktu mezi nábojem a brzdovým bubnem (IV.)

Vztah mezi oběma tělesy je ve výpočtu předepsán pomocí třecího kontaktu, u kterého může nastat několik případů. Na *obr. 7.o* jsou žlutou barvou zvýrazněna místa, kterým je kontakt předepsán, ale žádná část tělesa na ně nepůsobí (místa minimálně ovlivněná předpětím ve šroubech). Oranžově jsou znázorněny plochy, po kterých se obě kontaktní tělesa třou a také dotýkají, což lze pozorovat v okolí děr pro šrouby. Plochy, jež jsou v kontaktu s jiným tělesem, ale v těchto místech se ani vlivem deformací mezi sebou neposunou, jsou znázorněny červeně (*okolí děr 2 a 3*).

7.5.4 KONTAKNÍ PLOCHY MEZI VALIVÝMI ELEMENTY A VNEJŠÍMI KROUŽKY KUŽELÍKOVÉHO LOŽISKA

Oba typy využitých kuželíkových ložisek jsou zjednodušeny tak, že se třecí kontaktní oblast nachází mezi valivými elementy a vnějšími kroužky ložisek. Působením reakcí při styku pneumatiky s vozovkou na talířové disky vzniká ohybový moment deformující nosnou osu. Pohledem na *obr. 7.p* a *obr. 7.r* je patrné, které valivé elementy přenášejí zatížení, a které jsou naopak odlehčené. Detailní pohled na kuželíkové ložisko 90/160 (*obr. 7.q*) znázorňuje tření spodních elementů oranžovou barvou, horní elementy však přenášejí pouze minimální zatížení (podle *obr. 7.q* nejsou horní elementy v kontaktu). Protikladná situace nastane na kuželíkovém ložisku 90/190 (*obr. 7.s*), jehož horní elementy jsou v kontaktu s vnějším kroužkem ložiska a spodní jsou odlehčeny. Pohledem na celou sestavu se toto zjištěné chování ložisek jeví jako správné. Využití třecích kontaktů bylo v tomto případě nezbytné. Spojovací kontakt by zde výrazně změnil chování sestavy - aktivně zatíženými prvky by se tak staly všechny valivé elementy.

A: sestava-neup

Status

Type: Status

Time: 2

30.4.2011 13:46

Over Constrained

Far

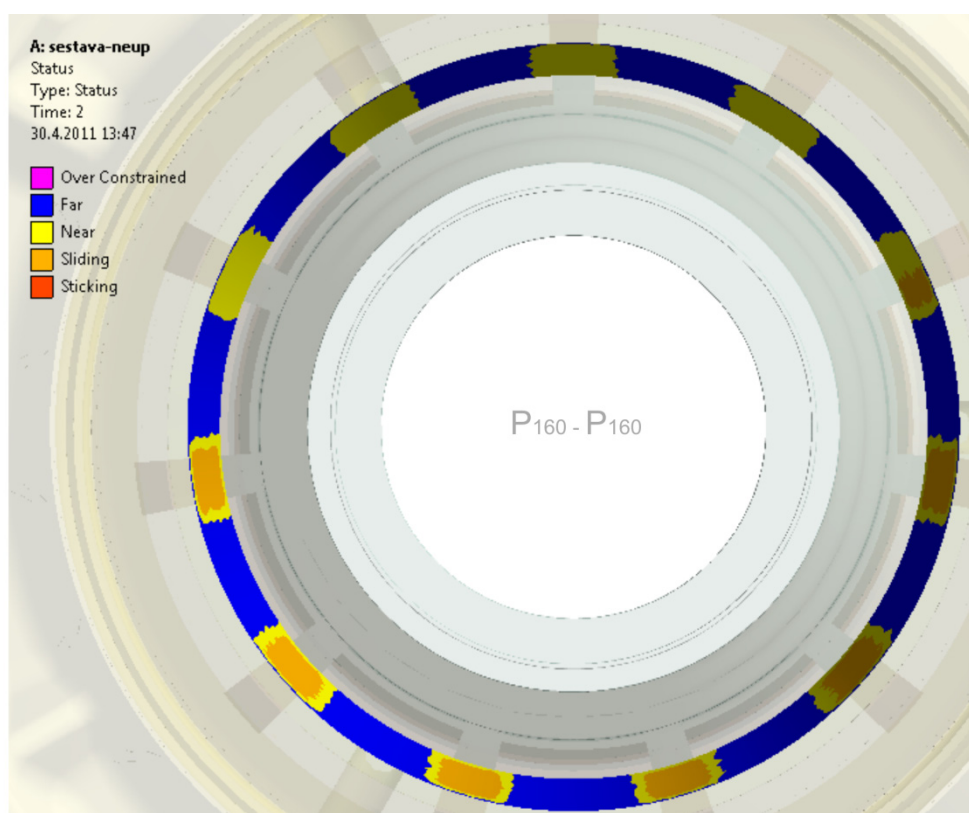
Near

Sliding

Sticking



Obr. 7.p – Stav třecího kontaktu mezi valivými elementy a vnějším kroužkem ložiska 90/160 (IX.)



Obr. 7.q – Detail stavu třecího kontaktu mezi valivými elementy a vnějším kroužkem ložiska 90/160

A: sestava-neup

Status

Type: Status

Time: 2

30.4.2011 13:47

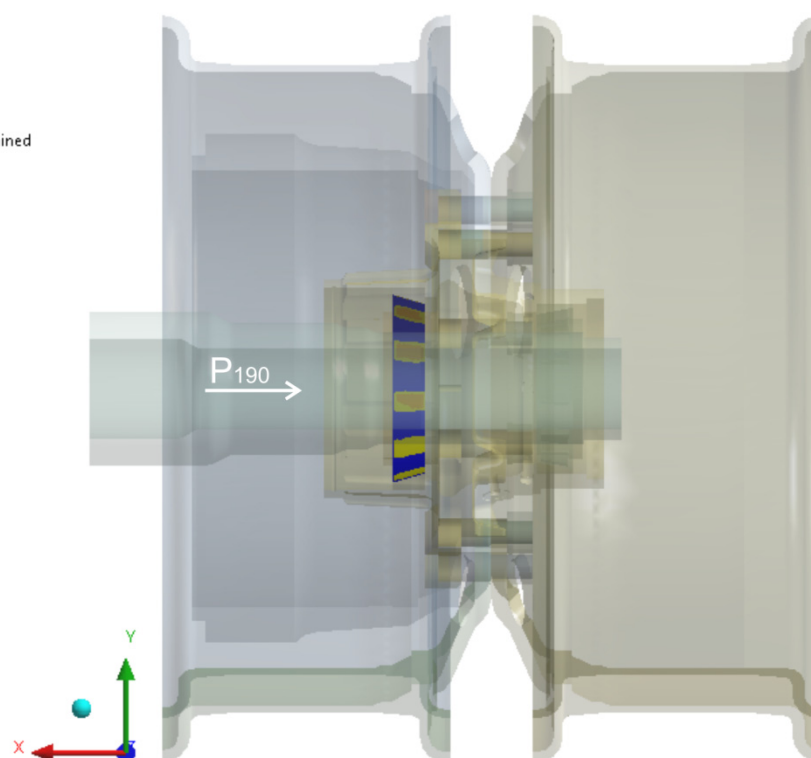
Over Constrained

Far

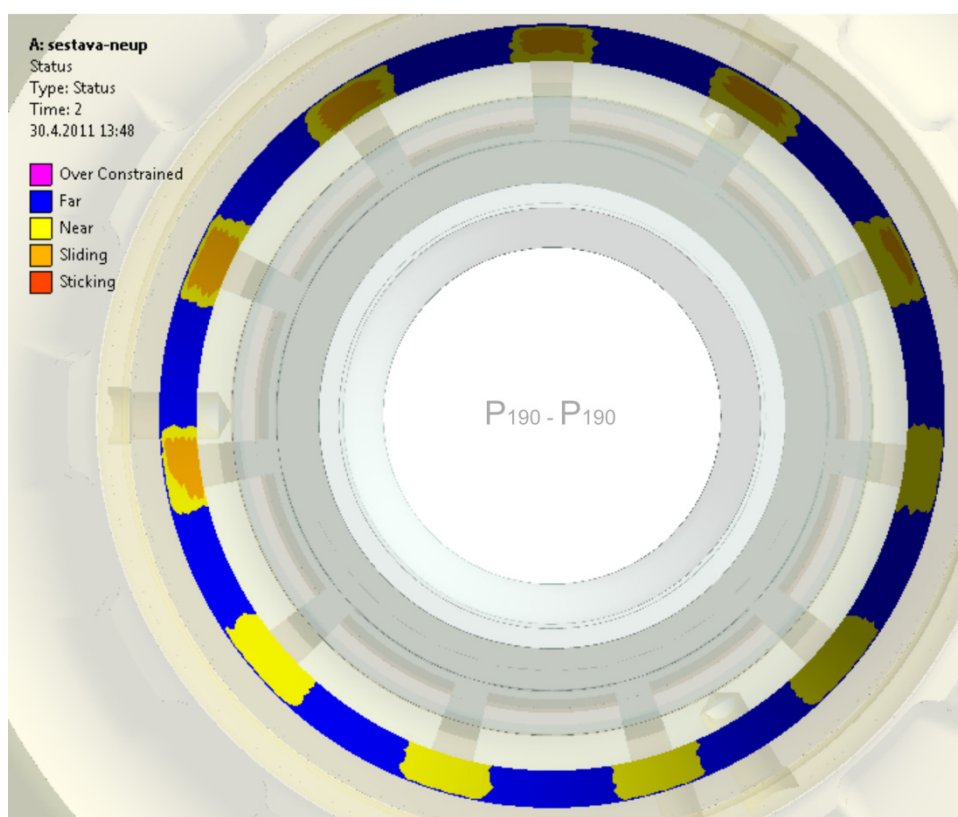
Near

Sliding

Sticking



Obr. 7.r – Stav třecího kontaktu mezi valivými elementy a vnějším kroužkem ložiska 90/190 (X.)



Obr. 7.s – Detail stavu třecího kontaktu mezi valivými elementy a vnějším kroužkem ložiska 90/190

7.5.5 VYHODNOCENÍ PENETRACE A MAXIMÁLNÍHO SKLUZU

Ostatní kontaktní plochy (II., III., VI., VII., VIII.) nebudou prezentovány z důvodu dodržení rozsahu bakalářské práce. V příloze je připojen optický disk, na kterém je možné vyhledat podrobnější údaje o všech kontaktních oblastech. Pro přehled jsou nejvyšší hodnoty zpracovány v *tab. 7.a*. Maximální penetrace se pohybuje pod hranicí pěti tisícín milimetru v kontaktu IV. a maximální skluz okolo dvou desetín milimetru v kontaktu III. (*obr. 6.m*).

KONTAKTNÍ PLOCHA	MAXIMÁLNÍ PENETRACE	MAXIMÁLNÍ SKLUZ
VNĚJŠÍ DISK – VNITŘNÍ DISK (II.)	0,001 mm	0,071 mm
VNITŘNÍ DISK – BRZDOVÝ BUBEN (III.)	0,001 mm	0,164 mm
BRZDOVÝ BUBEN – NÁBOJ (IV.)	0,004 mm	0,041 mm
DISKY, BUBEN – NÁBOJ (VI.; VII.; VIII.)	0,001 mm	0,038 mm
NOSNÁ OSA – NÁBOJ (IX.; X.)	0,002 mm	0,136 mm

Tab. 7.a – Maximální parametry kontaktních ploch

7.6 VYHODNOCENÍ MOMENTOVÉ REAKCE VE VAZBĚ

Vykreslením momentové reakce je možné určit, jak velkou hodnotu momentu vazba předepsaná v *bodě 6.4* odebírá. Podle *tabulky 7.b* se jedná o momentovou reakci 70,367 N·m působící v ose x. Srovnáním s celkovým momentem od motoru o velikosti 27 123 N·m zadaným shodně v ose x se jedná ztrátu 0,26%, což je zanedbatelná hodnota.

PŘÍSLUŠNÁ OSA	x	y	z
MOMENTOVÁ REAKCE	70,367 N · m	0 N · m	0 N · m

Tab. 7.b – Hodnoty momentové reakce ve vazbě náboje

7.7 OSOVÁ SÍLA VE ŠROUBECH PO APLIKACI ZATÍŽENÍ

Pohledem na *obr. 7.h* je možné pozorovat nejvytíženější *výztuhu 4* nad dírou pro *šroubový spoj 6*. V tomto spoji vznikne po aplikaci všech silových účinků až dvojnásobné navýšení osově síly. V okolních dvou spojích se síla také zvýší - přibližně o polovinu (předpětí v jednom šroubovém spoji je 35 kN). *Obr. 7.t* rozlišuje dosažené hodnoty osových sil ve šroubech po aplikaci všech zatížení. Velký podíl na navýšení osově síly ve šroubových *spojích 5-7* má maximální boční síla P_a (*obr 6.f*).

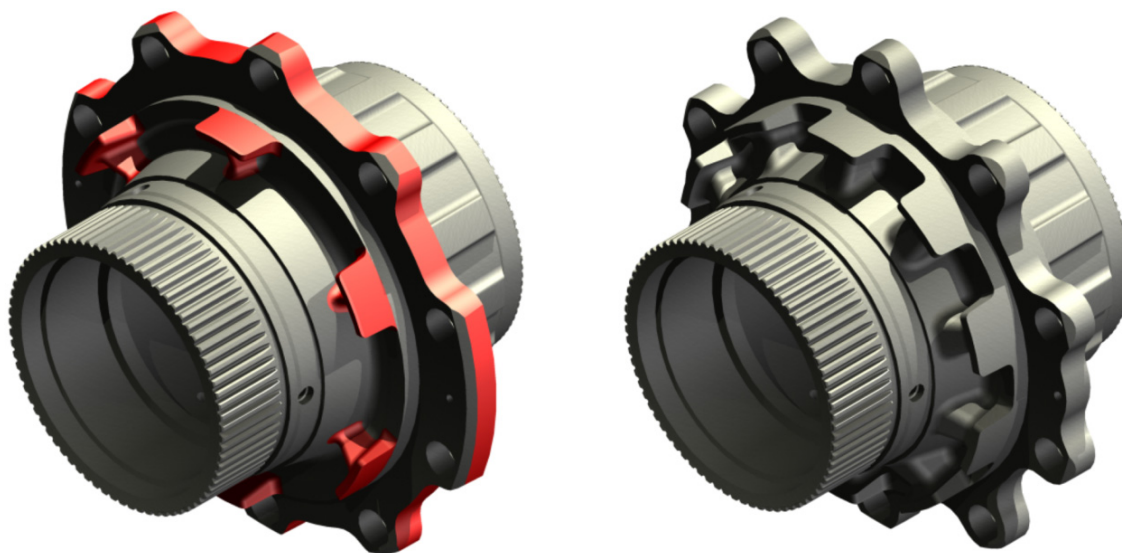


Obr. 7.t – Grafické znázornění osových sil ve šroubech po aplikaci zatížení

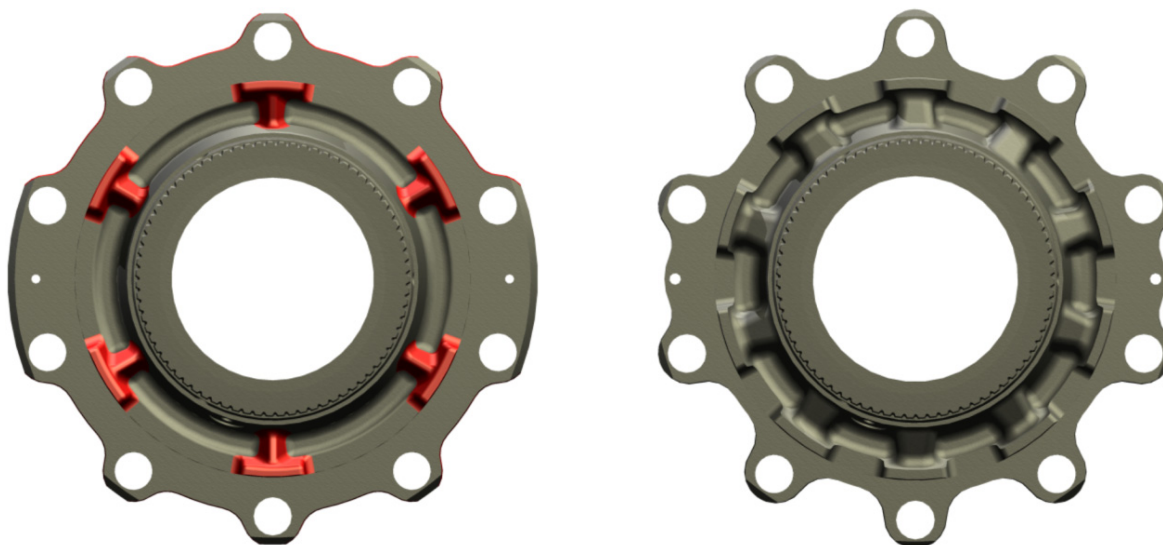
8. MODIFIKACE SOUSTAVY ZA ÚČELEM SNÍŽENÍ NAPĚTÍ A REDUKCE HMOTNOSTI NÁBOJE

8.1 GEOMETRIE NÁBOJE

Nezbytnou modifikací je pouze upravení všech výztuh prototypu náboje. Původně bylo snahou zachovat počet stávajících výztuh a změnit pouze jejich tvar. Výrazně však byla situace ztížena přilehlými otvory v náboji, které bránily v tvorbě mohutné geometrie. Východiskem bylo zvýšení počtu výztuh a zachování sudého číslování. Po desítkách provedených výpočtů byl nalezen vyhovující tvar výztuh, na jehož přechodech se nachází obdobné napětí. Nárůst hmotnosti z přechodu na deset výztuh bylo zapotřebí redukovat. *Obr. 8.a* a *obr. 8.b* rozlišuje původní a nově upravený náboj. Pro přehlednost jsou na obrázku modifikovaná místa zvýrazněna červeně.



Obr. 8.a – Původní a upravený prototyp náboj diskových kol



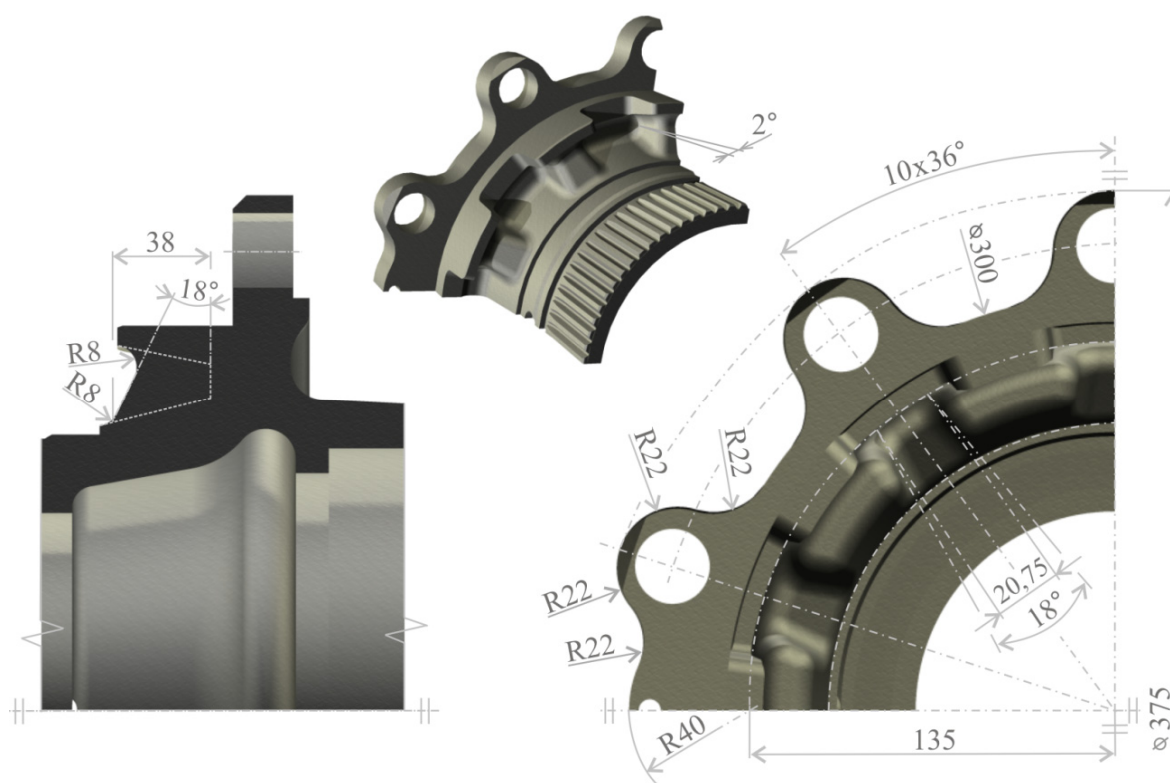
Obr. 8.b – Vnější pohled na původní a upravený prototyp náboje diskových kol

Výrazně ubylo hmoty okolo děr pro šrouby vzdálené od osy rotace, což je velice efektivní pro snížení momentu setrvačnosti náboje, který ovlivňuje akceleraci a brzdění nákladního automobilu. Úpravou se podařilo snížit hmotnost prototypu o 200 g (srovnáno s původním prototypem), což automobilovému průmyslu výrazné odlehčení. V *tab. 8.a* můžeme porovnat klady této modifikace s původními hodnotami.

	HMOTNOST SOUČÁSTI	MOMENT SETRVAČNOSTI
NÁBOJ PŮVODNÍ PROTOTYP	29,3 kg	0,392 kg·m ²
NÁBOJ UPRAVENÝ PROTOTYP	29,1 kg	0,371 kg·m ²

Tab. 8.a – Porovnání hmotnosti a momentu setrvačnosti upraveného náboje

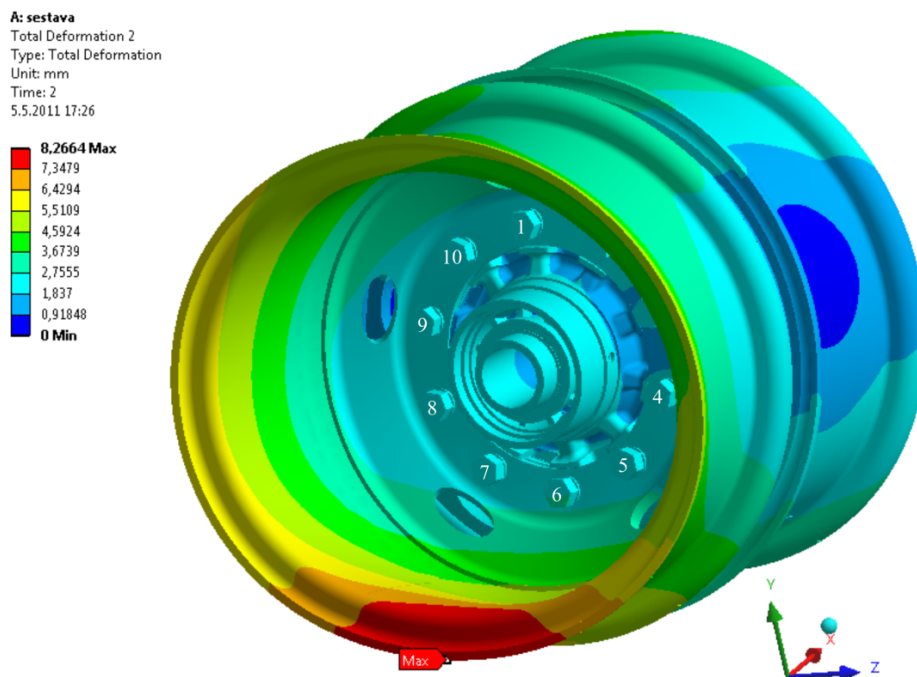
Kdybychom obdobně upravili i náboj přední nápravy se shodnými výsledky, snížila by se hmotnost dvounápravového nákladního vozidla o 1,2 kg (srovnáno s původním prototypem náboje). Modifikace upravených rozměrů prototypu náboje a navržené změny jsou znázorněny v *obr. 8.c*. Z časových důvodů nebylo v silách autora práce vytvoření výkresové dokumentace upraveného náboje, protože výkres původního modelu nebyl poskytnut v editovatelném formátu. Pomocí původního výkresu a *obr. 8.c* lze zajisté součást vyrobit a výkres nového prototypu snadno vytvořit. Podrobnější informace o celém upraveném modelu lze vyhledat v příloženém souboru *SESTAVA-UP* na optickém disku.



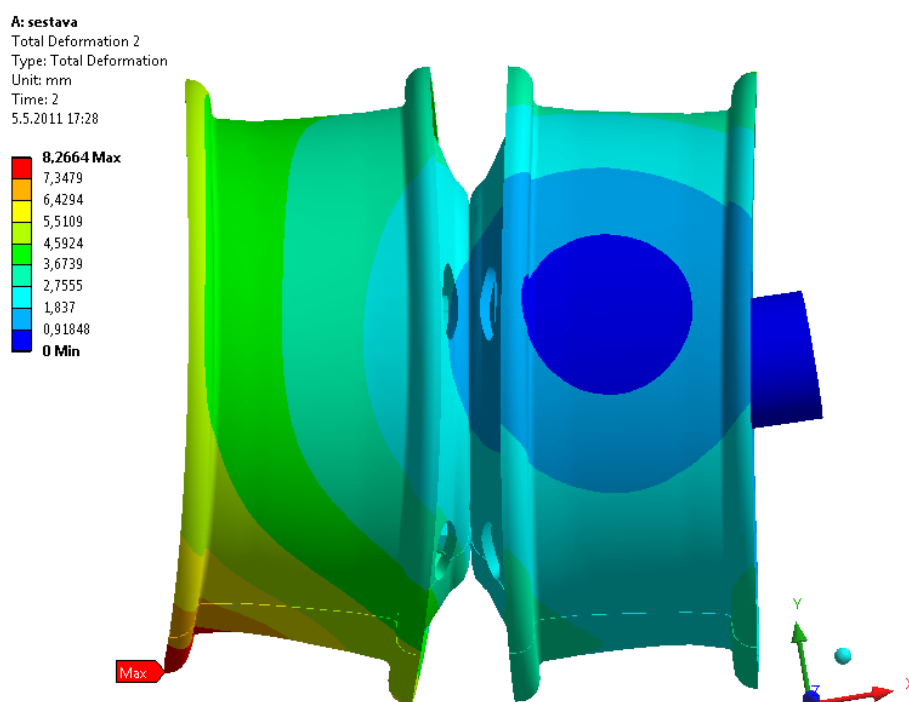
Obr. 8.c – Přehled upravených rozměrů

8.2 VYHODNOCENÍ CELKOVÉHO POSUNUTÍ UPRAVENÉ ZADNÍ NÁPRAVY

Maximální celkové posunutí zjednodušené zadní nápravy s upraveným nábojem je o 0,16 mm nižší než u původní sestavy. Upravený náboj je tak tužší než původní prototyp. Výrazná změna by mohla vést ke špatné geometrii vozidla a výraznému opotřebení okrajových částí pneumatiky. Pohledem na *obr. 8.e* je zřejmé totožné chování upravené sestavy v porovnání s původní.



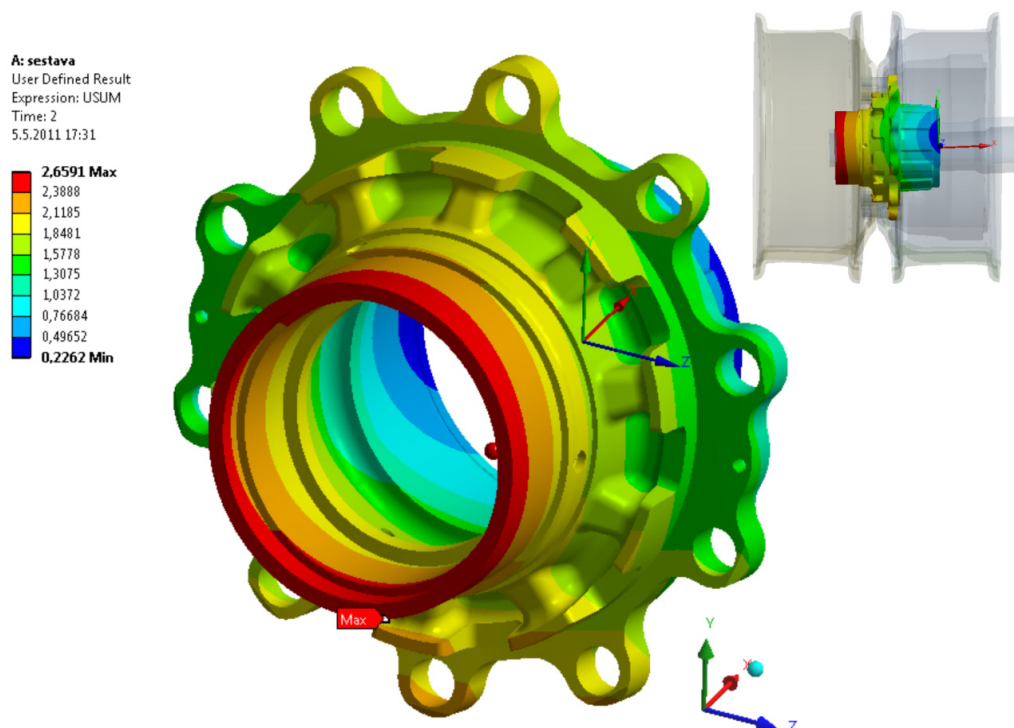
Obr. 8.d – Celkové posunutí upravené zadní nápravy s vnějšího pohledu (18x zvětšeno)



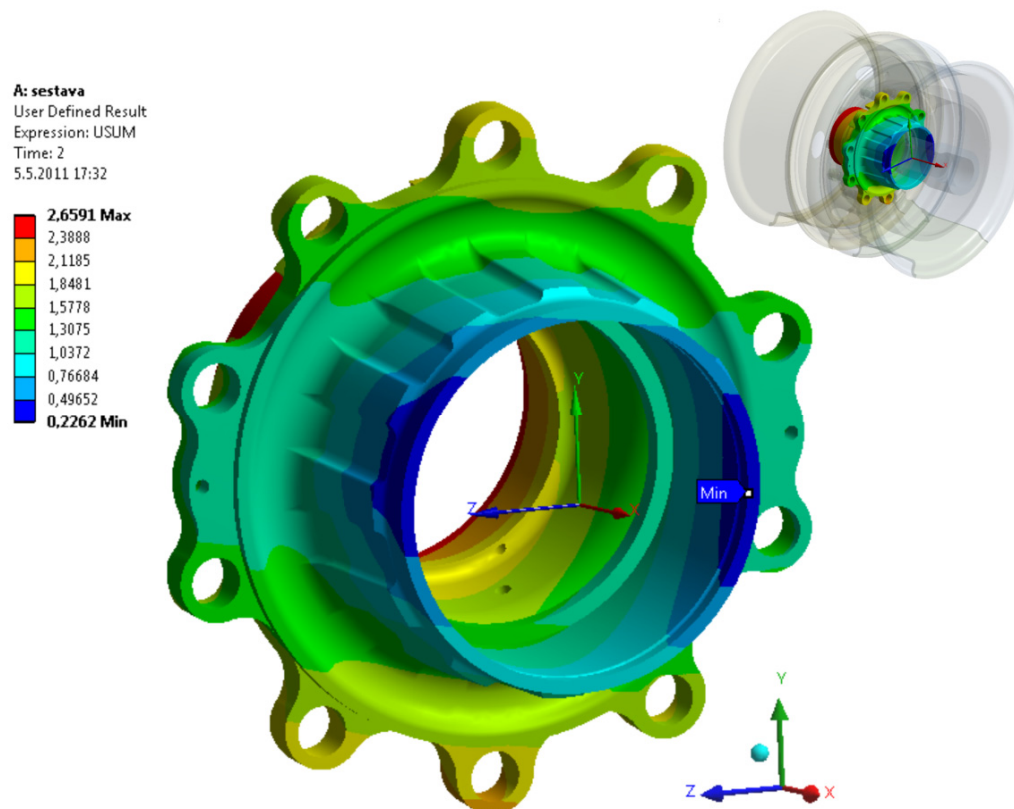
Obr. 8.e – Celkové posunutí upravené zadní nápravy z bočního pohledu (18x zvětšeno)

8.3 VYHODNOCENÍ CELKOVÉHO POSUNUTÍ UPRAVENÉHO NÁBOJE

Upravením geometrie náboje se celkové posunutí v podstatě nezmění, což lze pozorovat na *obr. 8.f* a *obr. 8.g*. Rozdíl je znatelný až na třetím desetinném místě.



Obr. 8.f – Celkové posunutí upraveného náboje vnějšího pohledu (18x zvětšeno)

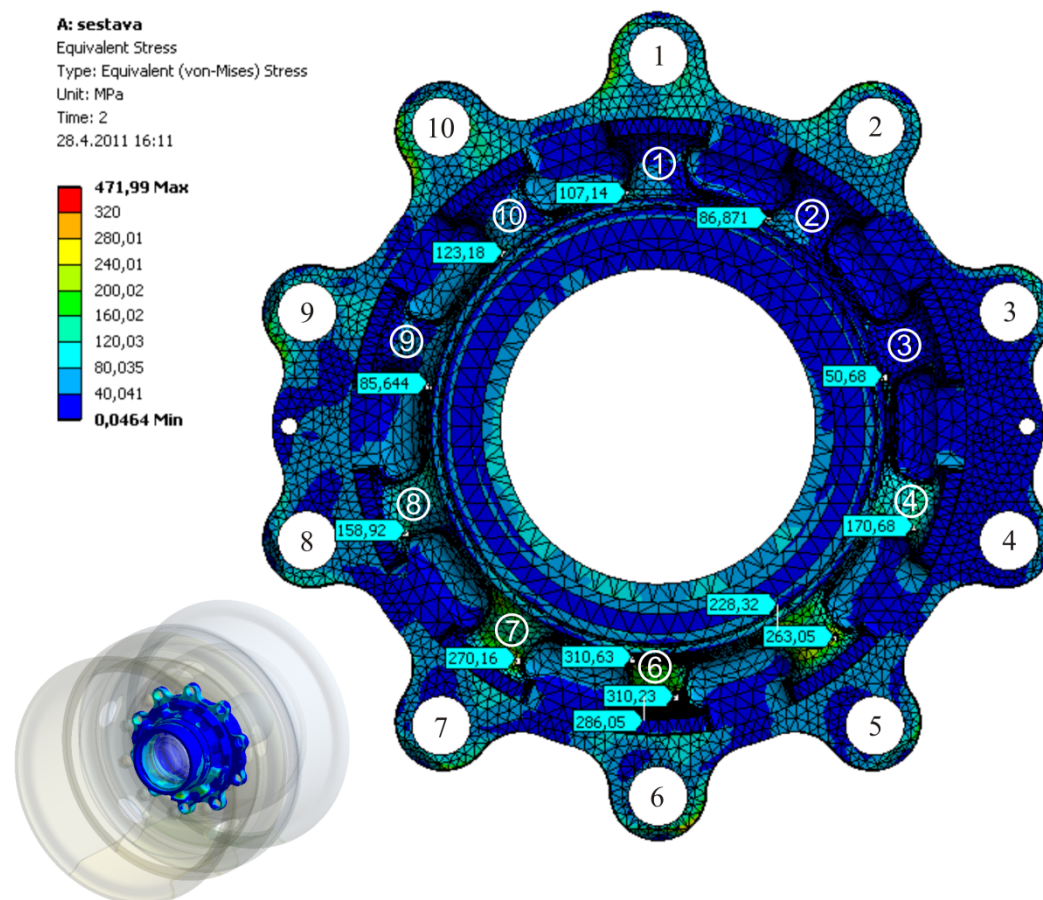


Obr. 8.g – Celkové posunutí upraveného náboje z vnitřního pohledu (18x zvětšeno)

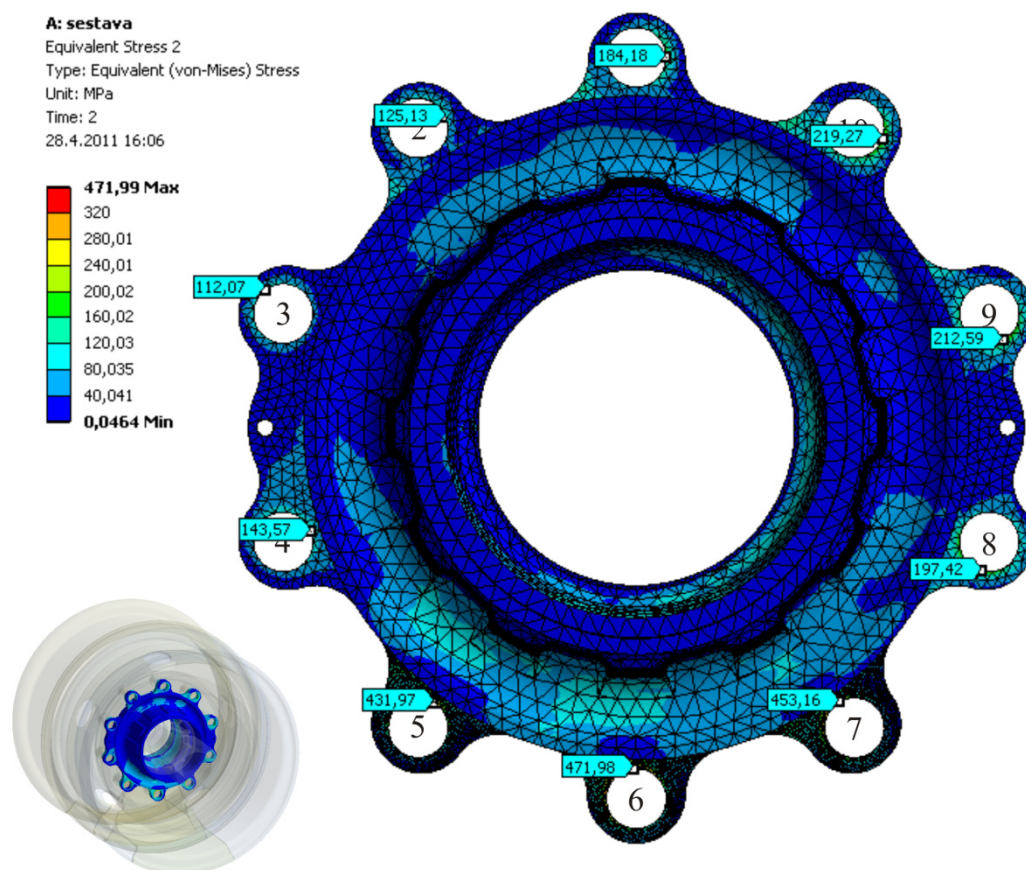
8.4 VYHODNOCENÍ NAPĚŤOVÝCH POLÍ UPRAVENÉHO NÁBOJE

V původním náboji bylo v maximálně namáhané výztuze 4 758 MPa. Cílenými úpravami se podařilo o 2 - 2,4 násobek snížit napěťová pole ve všech vyztužených místech. Na *obr. 8.h* můžeme pozorovat rapidní snížení napěťových polí. Největší napětí vzniká ve výztuze 6, kde však hodnoty nedosahují meze kluzu. Vnitřním pohledem na náboj (*obr. 8.i*) lze opět pozorovat špičky napětí na hranách děr pro šrouby. Přesíťováním byla ověřena správnost diskretizace. Napětí by již nemělo výrazně narůstat. Hrany vykazující vysoká napětí je zapotřebí srazit.

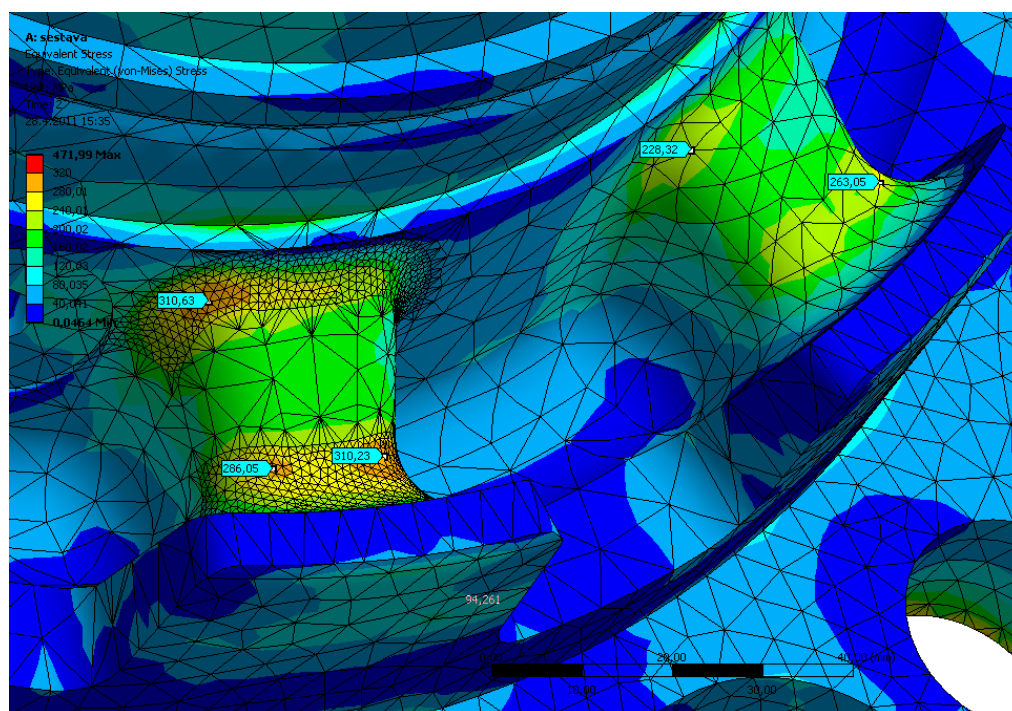
Zjemněním konečnoprvkové sítě a následným opakovaným výpočtem byl zjištěn 1 % nárůst napětí, což je zanedbatelné navýšení. Porovnáním *obr. 8.j* a *obr. 8.k* je vidět dvojnásobně jemnější síť v místě maximálního napětí. Můžeme tedy tvrdit, že je diskretizace dostatečná a hodnota maximálního napětí nacházející se v tvarovém přechodu výztuhy 6 o hodnotě 315 MPa odpovídající. Mez kluzu pro materiál náboje podle *tab. 6.a* je 320 MPa. Při přetížení automobilu dojde pouze k pružné deformaci s vratnými deformačními následky. Bezpečnost je v tomto případě 1,02 v porovnání s mezí kluzu a 1,59 ve srovnání s mezí pevnosti použité litiny. Zdánlivě nízké hodnoty jsou v automobilovém průmyslu běžné.



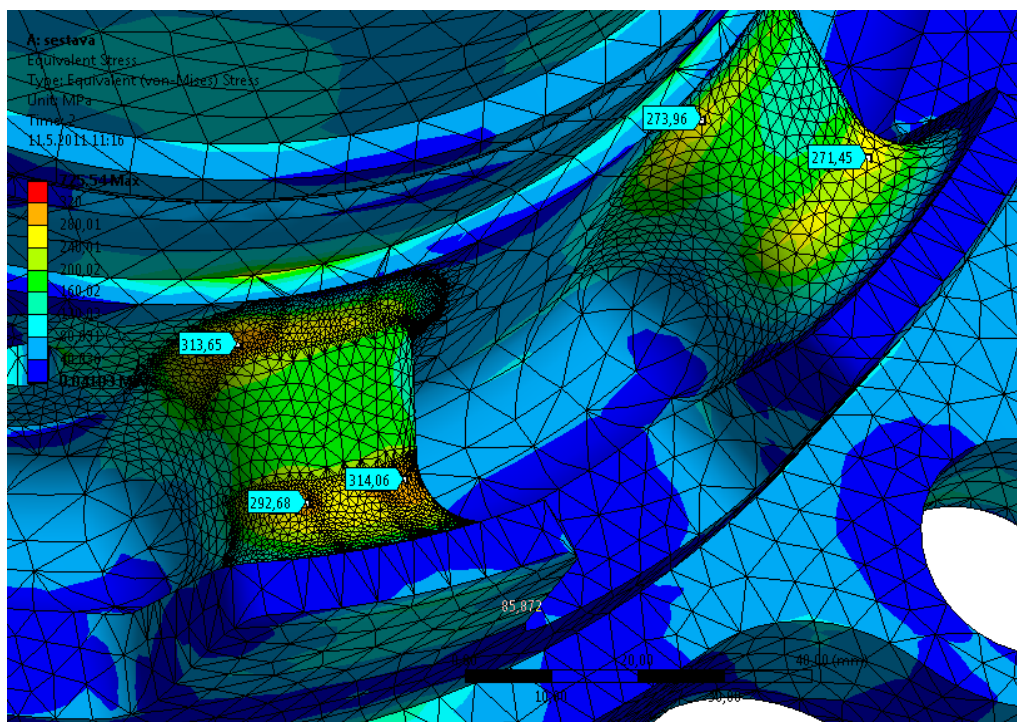
Obr. 8.h – Red. napětí dle metody HMM vykreslené na upraveném náboji z vnějšího pohledu



Obr. 8.i – Red. napětí dle metody HMH vykreslené na upraveném náboji z vnitřního pohledu

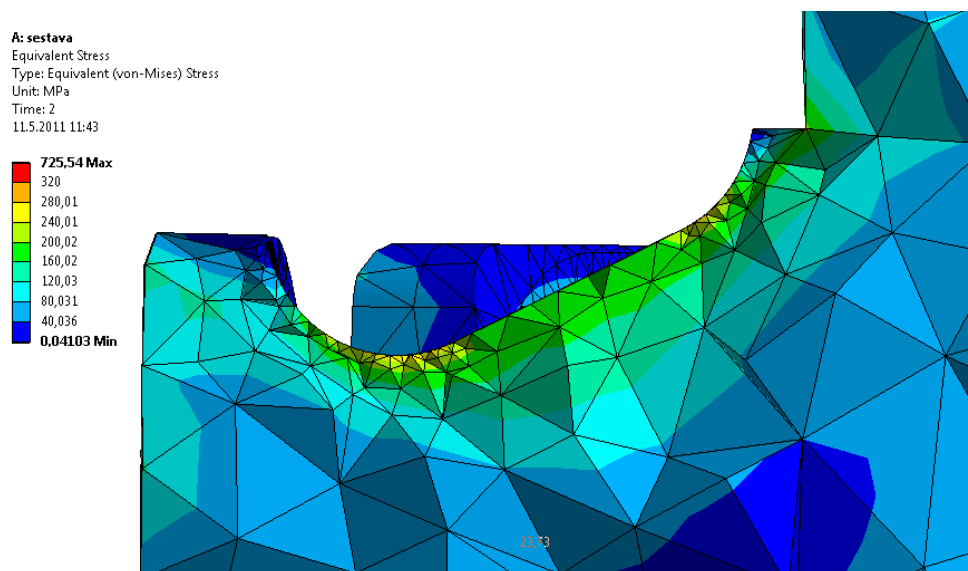


Obr. 8.j – Redukované napětí dle metody HMH vykreslené na detailu výztuh upraveného náboje



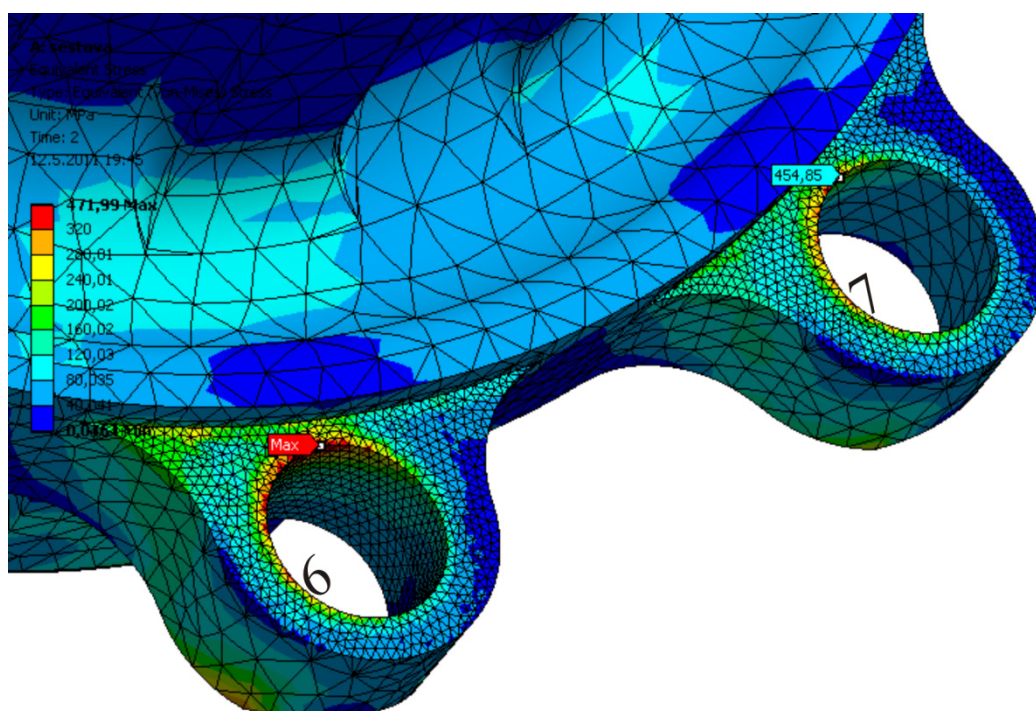
Obr. 8.k – Redukované napětí dle metody HMM vykreslené na detailu výztuh upraveného náboje

Řezem přes nejnamáhavější výztuhy zobrazeným na obr 8.l můžeme sledovat tvar a velikost elementů. Síť je v tomto místě dostatečně hustá (na povrchu mají prvky maximální velikost 0,5 mm)

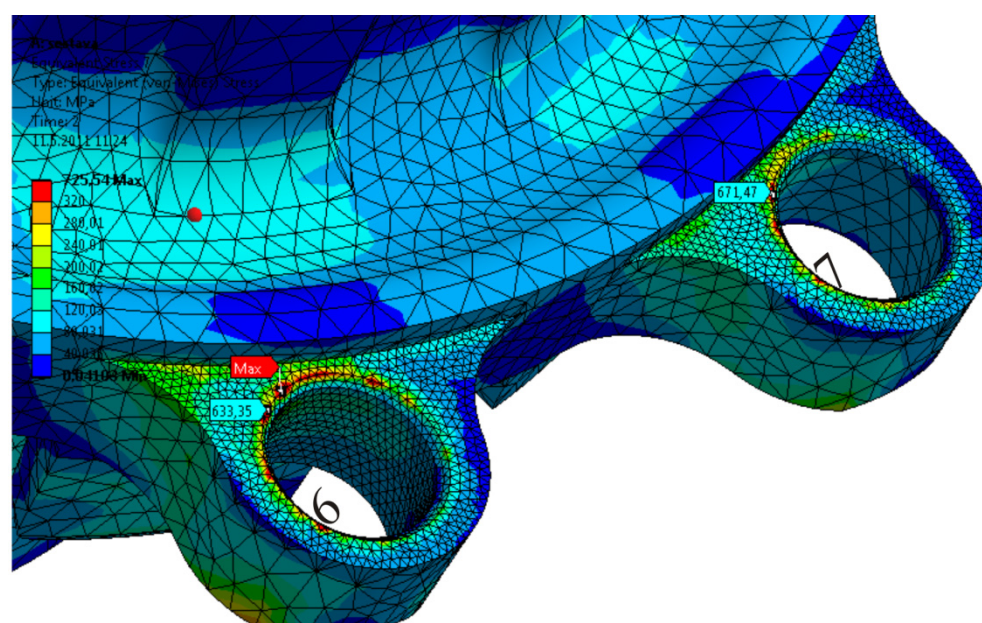


Obr. 8.l – Red.napětí dle metody HMM vykreslené na polovičním řezu upravené výztuhy

Sražením hran otvorů pro šrouby jsme výrazně situaci nevylepšili. Obr.8.m a obr. 8.n porovnává výpočet upraveného náboje provedený bez sražené hrany a se skutečným tvarem díry. Ve skutečnosti by se opět jednalo o otlacení všech hran a následné zpevnění kontaktních míst hlavami šroubů.



Obr. 8.m – Redukované napětí dle metody HMH vykreslené na styku náboje se hlavou šroubu

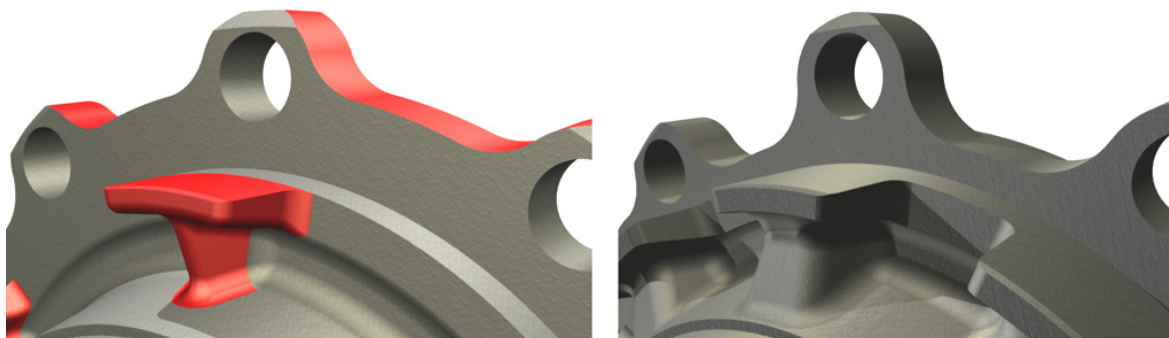


Obr. 8.n – Redukované napětí dle metody HMH vykreslené na styku náboje s hlavou šroubu, kdy byly ostré hrany sraženy

9. ZÁVĚR

V úvodu práce byla odvozena matice tuhosti čtyřstěnného prostorového prvku, který byl následně použit pro řešení jednoduché statické úlohy. V práci je podrobně popsáno, jak postupovat při vlastním řešení statické úlohy pomocí metody konečných prvků. Výsledky dosažené ručním výpočtem v programu *MathCad* byly ověřeny výpočtním softwarem *MD NASTRAN* a jsou totožné s jeho výsledkovými výstupy. V příloze práce je uveden paralelní výpočet kopírující teoretické základy. Analyzovaný čtyřstěnný prostorový prvek byl poté použit při tvorbě konečnoprvkového modelu zjednodušené zadní nápravy.

Výpočtem bylo určeno maximální redukované napětí 758 MPa (HMH) ve výztuze původního prototypu náboje (*obr. 7.i*), která tvarem ani velikostí nevyhovovala. Bylo zapotřebí provést několik úprav týkajících se změny tvaru a navýšení počtu výztuh. Původních šest výztuh bylo nahrazeno mnohem mohutnějšími deseti (*obr. 8.b*). Autor práce se snažil vystihnout vhodný tvar výztuhy, na jehož přechodech je podobná hodnota redukovaného napětí (HMH), aby co nejvíce využil materiál, a součást přizpůsobit technologii výroby. Navýšení hmotnosti bylo poté sníženo pomocí odstranění okolí děr pro šrouby, kde se nacházelo minimální napětí. Tyto úpravy je možné pozorovat na *obr. 9.a* a jsou v *bodě 8* náležitě popsány.



Obr. 9.a – Srovnání původních (vlevo) a nově navržených výztuh (vpravo) prototypu náboje

V upraveném prototypu náboje již kritické napětí ve výztuze dosahuje 315 MPa , což je v porovnání s mezí kluzu použité litiny dovolená hodnota. Zadavatel práce požadoval snížení hmotnosti prototypu náboje o minimálně 20% ve srovnání se současně používaným nábojem, čehož bylo dosaženo. Srovnání důležitých výsledků je přehledně uvedeno v *tab. 9.a* a *tab. 9.b*.

	BEZPEČNOST NA MEZI KLUZU	BEZPEČNOST NA MEZI PEVNOSTI
NÁBOJ PŮVODNÍ PROTOTYP	0,42	0,66
NÁBOJ UPRAVENÝ PROTOTYP	1,02	1,59
ROZDÍL	142 %	142 %

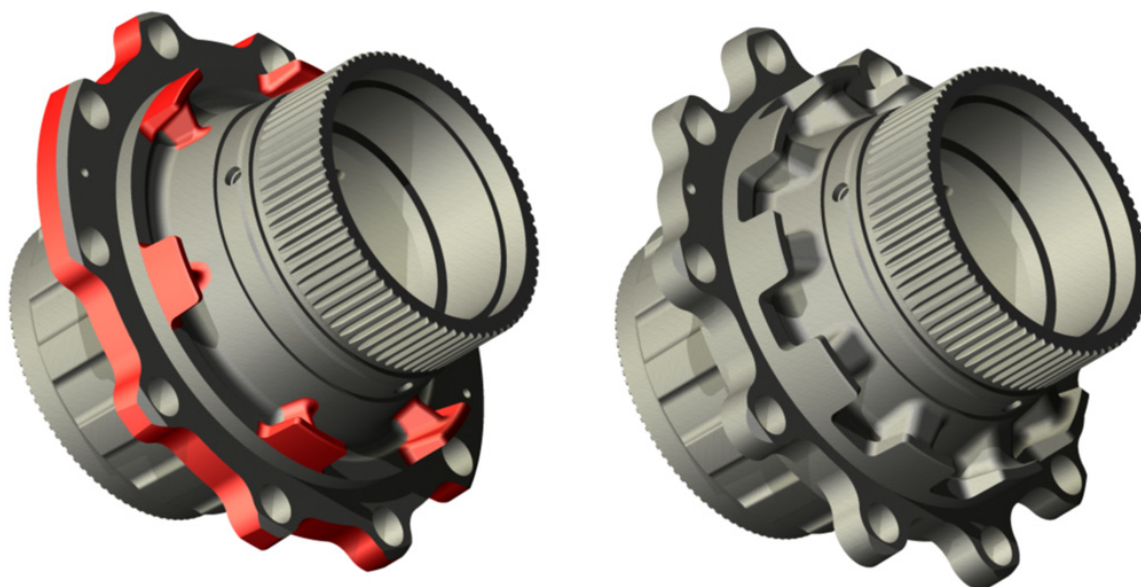
LITINA ČSN 42 2305	HODNOTA MAX. DOVOLENÁ
MEZ KLUZU	320 MPa
MEZ PEVNOSTI	500 MPa

Tab. 9.a – Porovnání koeficientů bezpečnosti (vlevo) a dovolené hodnoty použité litiny (vpravo)

	HMOTNOST	MOMENT SETRVAČNOSTI	MAXIMÁLNÍ RED. NAPĚTÍ VE VÝZTUŽE (HMH)	MAXIMÁLNÍ DEFORMACE
NÁBOJ SOUČASNĚ POUŽÍVANÝ	35,5 kg	-	-	-
NÁBOJ PŮVODNÍ PROTOTYP	29,3 kg	0,392 kg·m ²	758 MPa	2,66 mm
NÁBOJ UPRAVENÝ PROTOTYP	29,1 kg	0,371 kg·m ²	314 MPa	2,66 mm
SROVNÁNÍ UPRAVENÉHO PROTOTYPU POUŽÍVANÝ/PROTOTYP	22% / 1 %	- / 6 %	- / 142 %	- / 0 %

Tab. 9.b – Srovnání dosažených hodnot nábojů

Deformace původního a upraveného prototypu náboje jsou totožné a náleží jim hodnota 2,66 mm (liší se až na třetím desetinném místě). Bezpečnost vůči mezi kluzu je 1,02. Tato hodnota je v automobilovém průmyslu běžná. To znamená, že i při přetížení nákladního automobilu vlivem dvojnásobného statického vertikálního zatížení a ostatních silových a momentových účinků popsanych v bodě 6, bude náboj v oblasti pružných deformací. Vhodnou úpravou se snížila celková hmotnost náboje o 200 g a moment setrvačnosti o 0,021 kg·m² v porovnání s původním prototypem. Nová verze náboje tak splňuje všechny požadované parametry.



Obr. 9.b – Srovnání původního (vlevo) a nově navrženého (vpravo) prototypu náboje

10. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] DARYL, L. *A First Course in Finite Element Method*. 4th Edition. United States of America: Thomson Learning, Inc., 2007. 790 s. ISBN 0-534-55298-6
- [2] LENERT, J. *Úvod do metody konečných prvků*. 1. Vyd. Ostrava: VŠB-TUO, 1999. 110 s. ISBN 80-7078-686-8
- [3] MADENCY, E.; GUVEN, I. *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using Ansys*. 1st printing. United States of America: Springer Science, 2006. 686 s. ISBN 0-387-28289-0
- [4] COOK, D. *Finite Modeling for Stress Analysis*. 1st printing. United States of America: John Wiley & sons, Inc., 1995. 320 s. ISBN 0-471-10774-3.
- [5] KOLÁŘ, V.; NĚMEC, I.; KANICKÝ, V. *FEM – Principy a praxe metody konečných prvků*. 1. Vyd. Praha: Computer Press, 1997. 401s. ISBN 80-7226-021-9.
- [6] LENERT, J. *Základy matematické teorie pružnosti*. 1. Vyd. Ostrava: VŠB-TUO, 1999. 96 s. ISBN 80-7078-437-7.
- [7] LENERT, J. *Pružnost a pevnost I*. 3. Vyd. Ostrava: VŠB-TUO, 2009. 142 s. ISBN 978-80-248-2111-5.
- [8] LENERT, J. *Pružnost a pevnost II*. 1. Vyd. Ostrava: VŠB-TUO, 1998. 174 s. ISBN 80-7078-572-1.
- [9] HORYL, P. *Statika a dynamika*. Dotisk 3. Vyd. Ostrava: VŠB-TUO, 2006. 225 s. ISBN 80-248-0509-X.
- [10] KALÁB, K. *Části a mechanismy strojů pro bakaláře*. Dotisk 1. Vyd. Ostrava: VŠB-TUO, 2009. 91 s. ISBN 978-80-248-1290-8.
- [11] ANSYS, Inc. *ANSYS Release 13.0 Documentation*. 2010. Dostupné v elektronické podobě jako součást softwaru ANSYS 13.0.
- [12] MATHCAD, Parametric Technology Corporation. *Mathcad User's Guide*. 2007. Dostupné v elektronické podobě jako součást softwaru MATHCAD 14.
- [13] MD NASTRAN, MSC Software. *MD NASTRAN Quick Reference Guide*. 2010. Dostupné v elektronické podobě jako součást softwaru MD NASTRAN 2010.1.
- [14] LEINVEBER, J.; VÁVRA, P. *Strojnické tabulky*. 4. Vyd. Praha: Albra, 2006. 912 s. ISBN 978-80-7361-051-7.
- [15] FÜRBAACHER, I.; MACEK, K. *Lexikon technických materiálů se zahraničními ekvivalenty*. Praha: Verlag Dashöfer, 2003. Dostupné na elektronických optických discích. ISBN 80-86229-02-5.
- [16] TATRA, KOMBINÁT, KOPŘIVNICE. *Dílenská příručka nákladních automobilů Tatra 815*. Kopřivnice, 1989. 555 s. Dostupné jako součást každého nákladního automobilu TATRA 815.
- [17] PODEŠVA, J. *Ansys – Workbench, Řešení nelineárních úloh*. 1. Vyd. Ostrava: VŠB-TUO, 2010. 24 s. Dostupné v elektronické podobě na webových stránkách Katedry mechaniky.